

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”

XII SIMPOSIO INTERNACIONAL DE ESTRUCTURAS Y
GEOTECNIA

Diseño de vigas de Hormigón Pretensado clase C
Design of prestressed concrete beams class C

Ing. Adrián Pérez Luis¹, Dr. Juan José Hernández Santana²

1- Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Cuba, adrianperezluis12@gmail.com

2- Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Cuba, jjherndez@uclv.edu.cu

Resumen

Con el diseño de secciones Clase C se logra evitar los efectos nocivos de grandes fuerzas pretensadas en las primeras etapas de la vida de las vigas y mayor economía en su construcción. En este caso se buscan secciones menos peraltadas y con mucho mejor comportamiento bajo cargas de servicio que sus similares de hormigón armado. Las secciones pretensadas diseñadas en Clase C están concebidas para utilizar combinaciones de acero de pretensado y naturales, con una mayor participación de estos últimos en la resistencia de la sección. Se plantea en el trabajo un procedimiento para su diseño ya que estos elementos se fisuran bajo las cargas de servicio, por lo que no serán válidos los enfoques realizados para el cálculo del estado tensional desarrollados para las secciones Clases U o T, logrando obtener las cuantías de acero necesarias para que la sección resista las cargas de cálculo en los casos de estudio para las condiciones de nuestro país.

Abstract:

With the design of Class C sections, it is possible to avoid the harmful effects of large prestressed forces in the early stages of the beams' life and greater economy in their construction. In this case we look for less height sections and with much better behavior under service loads than their concrete counterparts. The prestressed sections designed in Class C are designed to use combinations prestressing and natural steel, with a greater participation of the latter in the strength of the section. A procedure for its design is proposed in the work since these elements are fissured under service loads, so the approaches made to calculate the stress state developed for the Classes U or T sections will not be valid. You will obtain the necessary steel so that the section resists the loads of calculation in the cases of study for the conditions of our country.

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu



PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Palabras claves: secciones clase C; pretensado; diseño

Keywords: Class C sections; prestressed; design

Introducción

El pretensado es un procedimiento eminentemente intuitivo que permite mejorar el comportamiento y la capacidad resistente de la estructura a la cual se aplique esta técnica. Su esencia consiste en imponer tensiones controladas, en general de igual dirección, pero de sentido contrario, a aquellas otras originadas por las cargas exteriores. (Castañeda, 2010)

Con esta descripción queda claro que no es una técnica privativa de las estructuras de hormigón y en consecuencia puede hablarse de pretensar estructuras de madera, acero u otros materiales.

Hay quienes aseguran que, desde sus orígenes, el pretensado surgió para evitar tensiones de tracción en el hormigón bajo cualquier nivel de la carga exterior; se le llamó entonces pretensado total. Sin embargo, a partir de la década del sesenta del pasado siglo (1964) los reglamentos comienzan a admitir diversos niveles de pretensado que prevén el surgimiento de grietas para determinado nivel de las cargas de servicio, lo que amplía el abanico de posibilidades respecto de las tracciones que tienen lugar en el hormigón, que va desde secciones con pretensado completo, hasta el concepto de pretensado parcial o limitado. (Burns, 1981) Eso ha producido distintos grados de pretensado procurando mejorar los índices económicos del proyecto. Esos grados son: U, T y C.

Clase U: (Uncrack o No fisurado)

Los elementos Clase U se suponen que poseen un comportamiento no fisurado, aun cuando se admita cierto nivel de tracción en el hormigón, pero sin llegar a fisurarlo.

Clase T: (Tensil-tracción, transición entre la no fisuración y la fisuración)

Los elementos Clase T suponen una transición entre los no fisurados y los fisurados, al admitir en el estado de servicio tracciones ligeramente superiores a los límites.

Clase C: (Crack o fisurado)

Los elementos Clase C suponen un comportamiento como elemento fisurado y tiene un comportamiento como secciones de hormigón armado.

Al igual que las secciones pretensados Clase T o con pretensado parcial la utilización de secciones en Clase C persigue obtener mayor economía y a evitar los efectos nocivos de grandes fuerzas pretensadas en las primeras etapas de la vida de las vigas. En este caso se buscan

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



secciones menos peraltadas y con mucho mejor comportamiento bajo cargas de servicio que sus similares de hormigón armado.

Las secciones pretensadas diseñadas en Clase C están concebidas para utilizar combinaciones de acero de pretensado y naturales, con una mayor participación de estos últimos en la resistencia de la sección. Se plantea que esta clase "llena el vacío" entre el hormigón pretensado y el hormigón armado. Como su nombre lo indica estos elementos se fisuran bajo las cargas de servicio, por lo que no serán válidos los enfoques realizados para el cálculo del estado tensional desarrollados para las secciones Clases U o T. Las peculiaridades del comportamiento de secciones Clase C en la Etapa 1, bajo cargas de servicio y en el agotamiento se resumen a continuación:

- Estado Límite de Utilización de Fisuración

En el Estado 1 de transferencia debe garantizarse que la sección satisfaga las tensiones admisibles para el estado, R_1 y R_2 , por lo que se garantiza que la sección no se fisure y tenga comportamiento elástico.

En el Estado 2 de carga la sección está fisurada y por, tanto no son aplicables las restricciones de las tensiones admisibles definidas para este estado, tanto a tracción como a compresión. Con vistas a utilizar procedimiento similares a los explicados para las secciones en Clase U o T para determinar la fuerza y la posición de la fuerza de pretensado podría establecerse una tensión mayor que $\sqrt{f_c'}$ para la condición 4 y entonces estimar estas variables prestándole mayor atención a las condiciones 1 y 2.

Para el chequeo de la fisuración estas secciones reciben un tratamiento como un elemento de hormigón armado y se recomienda utilizar las expresiones de control del espaciamiento entre las barras que será explicado más adelante.

- Estado Límite de Utilización de Deformación

Cuando actúan la totalidad de las cargas de servicio la sección está fisurada y se calculará la rigidez de la sección para esta condición de forma semejante a los elementos en Clase T y de hormigón armado.

- Estado Límite de Último de Agotamiento de la sección

El papel de refuerzo ordinario es clave en este tipo de sección y su aporte deberá combinarse racionalmente con el refuerzo pretensado. Si se estimó la fuerza y la posición de la fuerza de

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



pre-esfuerzo para cumplir las tensiones admisibles en la transferencia, se colocará el refuerzo ordinario a tracción y compresión de forma tal que se satisfaga la condición de que $\phi M_n \geq M_u$.

Procedimiento de diseño

Las características de las secciones clase C plantean múltiples alternativas para resolver un problema de diseño, por tanto el proyectista debe enfrentarlo bajo la premisa de que podrán existir varias buenas soluciones y que podrá evaluar las diferentes alternativas bajo un proceso de tanteos probando diferentes combinaciones de refuerzo pretensado y ordinario hasta encontrar la que considere más pertinente para el caso estudiado. A partir de los criterios anteriores se ha desarrollado una metodología para el diseño de las secciones clase C que se resume a continuación:

1. Determinación de la fuerza de pretensado.

Se seleccionará una fuerza de pretensado para satisfacer los requerimientos del estado de transferencia. Este proceso puede seguir la metodología para el diseño de una sección clase U por medio de la utilización del método de las líneas de tensiones, que contará con los siguientes pasos:

- a. Precisión de las dimensiones de la sección transversal de hormigón y determinación de sus características mecánicas.
- b. Cálculo de las solicitaciones de flexión
- c. Estimación de las tensiones límites para el hormigón y del acero.

Puede plantearse que para el estado 2 $R_5 > \sqrt{f'_c} \approx 1,5\sqrt{f'_c}$ buscando una sección fisurada, como requisito indispensable para que cumpla los requisitos para comportarse como Clase C.

- d. Creación del gráfico de líneas de tensiones. Selección de la fuerza de pretensado y su excentricidad.
- e. Cálculo del área de pretensado, el número y distribución de los tendones.

2. Comprobación del Estado Límite de Agotamiento.

En este paso se obtendrá el refuerzo ordinario de forma tal que se satisfaga la condición de que $\phi M_n \geq M_u$. Se procederá a buscar la combinación de refuerzo comprimido y traccionado que mejor responda a los requerimientos del problema planteado.

3. Definición del trazado de los tendones y diseño zona de anclaje.

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



4. Evaluación de las pérdidas de tensión de la armadura activa. Cálculo de la fuerza de pretensado en el gato.

El cálculo de las pérdidas tiene el propósito de obtener la fuerza de pretensado a aplicar en el gato, garantizando que no se sobrepase la fuerza obtenida en la transferencia en el paso 1.

5. Chequeo del Estado Límite de Utilización de Fisuración.

El análisis de la sección pretensada fisurada se explicará en detalle en el siguiente epígrafe.

6. Comprobación del Estado Límite de Deformación.

Respecto al cálculo de la flecha en secciones pretensadas, las secciones clase C, fisuradas, cambian su rigidez y aquí radica su peculiaridad. Cuando actúan la totalidad de las cargas de servicio la sección está fisurada y se calculará la rigidez de la sección para esta condición de forma semejante a los elementos en Clase T y de hormigón armado.

7. Chequeo del Estado Límite Último bajo fuerzas cortantes.

Control de la fisuración en secciones en clase C

Para los elementos Clase C el control de la fisuración se logra por medio de los requisitos sobre separación de las armaduras establecido para secciones de hormigón armado. Las tensiones en el refuerzo se calculan para la sección agrietada y transformada, sabiendo que son sobrepasadas las tensiones límites para la etapa de servicio. La tensión f_s en secciones armadas solo con aceros ordinarios se sustituye por el valor Δf_{ps} , es decir la tensión en el acero de pretensado bajo las cargas de servicio menos la tensión de descompresión f_{dc} , que es la tensión en el acero de pretensado cuando la tensión en el hormigón a la misma altura del baricentro de los cables es nula. El reglamento ACI 318 establece un control de la fisuración en secciones fisuradas basada en calcular una separación máxima entre las barras dada por:

$$s_{max} = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

Donde:

s -separación entre los centros de las barras de la armadura principal por flexión más cercana a la cara más traccionada, en *mm*

f_s - tensión en la armadura calculada para las cargas de servicio (*MPa*).

c_c - espesor del recubrimiento libre, medido desde la barra a la superficie mas traccionada, en *mm*.

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Dicha expresión responde a un ancho de grieta aceptable por la práctica de $a_f = 0,44mm$, en Cuba donde las condiciones de agresividad del medio se prefiere una expresión más exigente y que responda a las exigencias medioambientales. Entonces el espaciamiento de eje a eje del refuerzo más cercano a la superficie más traccionada tracción, s , no debe ser mayor que el dado por: $s_{max} = s_b \frac{280}{f_s} - 2,5c_c$, pero no mayor que: $s_{max} = s_{b1} \frac{280}{f_s}$

Y s_b y s_{b1} dependen de la abertura de fisura permisible y viene dado por la tabla 1

Tabla 1: Coeficientes s_b y s_{b1} en mm

AGRESIVIDAD DEL MEDIO	MUY ALTA	ALTA	MEDIA	BAJA	
				TIPO 2	TIPO 1
$a_{fperm} (mm)$	0,35	0,3	0,25	0,2	0,15
s_b	300	260	220	180	140
s_{b1}	240	200	160	120	80

Y se establecen las siguientes restricciones adicionales:

- La máxima separación entre los cables se reduce a 2/3 del valor permitido para las barras, con el objetivo de tomar en cuenta la menor adherencia en relación con las barras corrugadas. Por lo que la expresión se expresará como:

$$s_{max} = \frac{2}{3} \left[s_b \left(\frac{280}{\Delta f_{ps}} \right) - 2,5c_c \right] \leq \frac{2}{3} \left[s_{b1} \left(\frac{280}{\Delta f_{ps}} \right) \right]$$

- Cuando para satisfacer los requisitos de separación se utiliza tanto armadura no pretensada como cables adherentes, la separación entre una barra y un cable no debe ser mayor que 5/6 del s_{max} calculado. Entonces para este caso la separación máxima es:

$$s_{max} = \frac{5}{6} \left[s_b \left(\frac{280}{\Delta f_{ps}} \right) - 2,5c_c \right] \leq \frac{5}{6} \left[s_{b1} \left(\frac{280}{\Delta f_{ps}} \right) \right]$$

- De forma conservadora, se permite tomar el esfuerzo de descompresión f_{dc} como la tensión de pretensado efectiva f_{pe} .
- El valor de Δf_{ps} no debe ser mayor que 250MPa, condición que limita el grado de fisuración de la sección y plantea un tope mínimo a la fuerza de pretensado.
- Si Δf_{ps} no es mayor que 140MPa no es necesario aplicar los límites de separación indicados, admitiendo un bajo grado de agrietamiento en la sección.
- La colocación de armaduras laterales para secciones peraltadas responde a las mismas recomendaciones que para elementos de hormigón armado.

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Es el cálculo de la tensión Δf_{ps} el proceso más complejo en elementos Clase C donde debe trabajarse con la sección fisurada y transformada. A continuación se expondrá el procedimiento propuesto por el PCI y que consta de las siguientes etapas (NA, 2004):

1. Determinar si la sección está en Clase C, comprobando que el esfuerzo del hormigón en la zona más traccionada bajo cargas de servicios, sobrepasa el valor del límite para Clase T: $\sqrt{f'_c}$. Por tanto:

$$f'_{c2} = \frac{P_e}{A_c} + \frac{P_e e_o}{W'} - \frac{M_{2b}}{W'} \gg \sqrt{f'_c}$$

Note como se utilizan las propiedades de la sección bruta, no agrietada.

2. Calcular la fuerza de descompresión P_{ps} en el acero pretensado. $P_{ps} = f_{dc} A_{ps}$

Para la determinación de la tensión de descompresión se recomienda: $f_{dc} = f_{pJ} - \Delta f_{ES}$

Donde Δf_{ES} es la pérdida de tensión del acero debido a la deformación elástica de la pieza y que se permite estimar como un 40% de las pérdidas totales.

3. Obtener la fuerza de descompresión en el refuerzo ordinario.

Debido a los efectos de la fluencia y la retracción en los aceros naturales colocadas en la sección pretensada surgen fuerzas a la par de P_{ps} y que tienen signo contrario a esta. Estas fuerzas son pequeñas y pueden ignorarse conservadoramente. Estas fuerzas se calculan como: $P_s = (\Delta f_{SH} + \Delta f_{CR}) A_s$

Las pérdidas por retracción y fluencia (Δf_{SH} y Δf_{CR}) pueden estimarse como un 50% del total de las pérdidas.

El procedimiento del PCI establece obtener una fuerza de descompresión resultante P entre las que corresponde a cada refuerzo y esta resultante se expresa como: $P = P_{ps} - \sum P_{si}$

La posición de la resultante P se calcula también en función de la posición de cada acero.

Para secciones compuestas el proceso se complejiza pues debe tomarse en cuenta el efecto de la losa complementaria y el acero colocado en la zona como fuerzas equivalentes para obtener la resultante P .

4. Cálculo de la posición de la línea neutra de la sección agrietada y transformada.

El equilibrio de tensiones y fuerza en la sección fisurada y agrietada se expone en la figura 1 y se establece entre definiendo el valor de M_{int} como: $M_{int} = M_{2b} - P y_b$

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Este equilibrio dependerá de la posición de la línea neutra de la sección transformada, pero su obtención resulta compleja y la vía más explícita es a través de un proceso iterativo que puede describirse en los siguientes pasos:

- a) Fijar el valor de c
- b) Calcular las propiedades de la sección

La sección agrietada y transformada estará caracterizada por las siguientes propiedades:

$$A_T = \sum A_{TS} + A_c$$

Donde las áreas transformadas de cada acero se calculan:

$$A_{Tp} = n_p A_{ps} \quad n_p = E_p/E_c \quad A_{Ts} = n A_s \quad n = E_s/E_c$$

$$y_t = S_T/A_T \quad \text{respecto al borde superior}$$

$$I_T = \sum (A_{TS} y_s^2) + I_c + A_c \left(y_t - \frac{c}{2} \right)^2$$

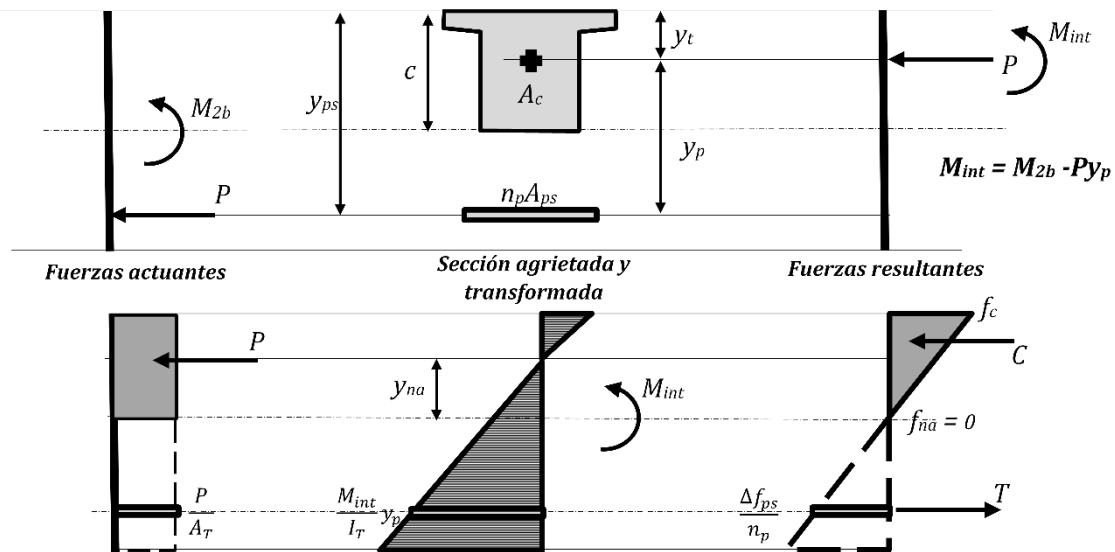


Figura 1: Tensiones y fuerzas en la sección agrietada y transformada.

- c) Obtener las fuerzas actuantes

Para la fuerza resultante P , se calcula su posición respecto al centro de gravedad de la sección transformada: $y_p = y_{ps} - y_t$

Y el momento interno: $M_{int} = M_{2b} - P y_p$

- d) Comprobar la posición de la LN

Esta comprobación se realiza para las tensiones a nivel de la LN de la forma siguiente:

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



$$f_{na} = \frac{P}{A_T} - \frac{M_{int}}{I_T} y_{na} = 0$$

Donde $y_{na} = c - y_t$

El proceso iterativo se repite hasta lograr el valor de c que haga que la condición anterior se cumpla.

5. Cálculo de la tensión en el refuerzo

Para el valor de c obtenido la tensión en el refuerzo se calcula por:

$$\Delta f_{ps} = \left(\frac{P}{A_T} - \frac{M_{int}}{I_T} y_{ps} \right) n_p$$

6. Comprobación final

Como una comprobación definitiva de los cálculos realizados se obtiene:

$$\sum F = 0 \qquad \qquad \qquad \sum M = 0$$

EJERCICIO DEMOSTRATIVO

El ejercicio está dirigido principalmente a demostrar el chequeo de la fisuración en secciones pretensadas clase C. Se realizara el análisis para una viga pretensada de sección rectangular, con cables rectos de baja relajación, cuyas principales características son:

- La sección es de $30 \times 90 \text{cm}^2$ y fue utilizado hormigón de 40MPa. La resistencia característica del hormigón en la transferencia 35MPa.
- El refuerzo pretensado, será Grado 270 de 12,7mm y área de $98,7 \text{mm}^2$
- La viga, prefabricada, tiene luz de 12m y las cargas son: $q_D = 14,6 \text{kN/m}$, $q_L = 22 \text{kN/m}$, $q_{Lld} = 15 \text{kN/m}$, $q_o = 6,75 \text{kN/m}$

Cálculos y discusión

1. Determinación de la fuerza de pretensado.

- a. Precisión de las dimensiones de la sección transversal de hormigón y determinación de sus características mecánicas.

Para la sección rectangular las principales propiedades son: $A_c = 0,27 \text{m}^2$, $I = 0,0182 \text{m}^4$, $v = v' = 0,45 \text{m}$, $W = W' = 0,0405 \text{m}^3$

- b. Cálculo de las solicitaciones de flexión.

Los momentos flectores para las cargas de servicio son:

$$M_D = 262,2 \text{kN.m}, M_L = 396 \text{kN.m}, M_{Lld} = 270 \text{kN.m}, M_o = 121,5 \text{kN.m}$$

$$M_{2b} = 780,3 \text{kN.m}, M_{2a} = 654,3 \text{kN.m}$$

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Y como para el estado 1 la condición más desfavorable es en el extremo de la viga, situada

a: $l_{tr} = 50d_b = 63,5cm$, el momento será $M_{ot} = 24,36kN.m$

- c. Estimación de las tensiones límites para el hormigón.

Para el estado 1: $R_{1b} = -2,74MPa$, $R_2 = 21MPa$, y para el estado 2 se estimará que $R_5 = -1,5\sqrt{f'_c} = -9,5MPa$.

- d. Creación del gráfico de líneas de tensiones. Selección de la fuerza de pretensado y su excentricidad.

Las líneas de tensiones para las características de la sección se muestran en la figura 2. En el gráfico se obtiene la fuerza de pretensado para un recubrimiento mecánico de tendón resultante de 15 cm ($d_{sp} = 15cm$), que es: $P_{o1} = 901,8kN$. Como puede observarse es la condición 1, para la tensión admisible R_{1b} , la que predomina. También se conoce que en el estado de carga se sobrepasará la tensión prevista y la sección trabajará a esfuerzos traccionados superiores a $1,5\sqrt{f'_c}$.

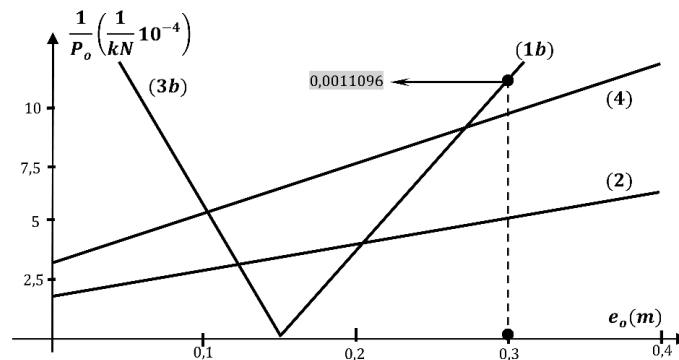


Figura 2. Líneas de tensión. Determinación fuerza de pretensado.

- e. Cálculo del área de pretensado.

Seleccionando una fuerza menor: $P_o = 900kN$, el área de pretensado será:

$$A_{ps} = \frac{P_o}{0,74f_{pu}} = \frac{900}{0,74 \cdot 186} = 6,539cm^2$$

$$n_b = \frac{A_{ps}}{A_b} = \frac{6,539}{0,987} = 6,625 \approx 7 \text{ torones}$$

$$A_{ps} = n_b A_b = 7 \cdot 0,987 = 6,909cm^2$$

2. Comprobación del Estado Límite de Agotamiento.

El momento de cálculo es:

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCIÓN CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



$$M_u = 1,2(M_o + M_D) + 1,6M_L = 1,2(121,5 + 262,8) + 1,6 \cdot 396 = 1095 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para el refuerzo pretensado seleccionado:

$$f'_c = 40 \text{ MPa} > 28 \text{ MPa} \Rightarrow \beta_1 = 1,05 - f'_c/140 = 1,05 - 40/140 = 0,764$$

$$d_p = h - d_s = 90 - 15 = 75 \text{ cm}$$

$$\omega_{pu} = \frac{A_{ps}f_{pu}}{bd_p f'_c} = \frac{6,909 \cdot 1860}{30 \cdot 75 \cdot 40} = 0,0143$$

Entonces comienza un proceso de pruebas seleccionando diferentes variantes de refuerzo ordinario, hasta comprobar que la sección resiste el momento de cálculo. Una 1era variante escogida es colocar 2barras N°16 de refuerzo comprimido y 4barras N°25 de acero traccionado.

Para esta variante: $A_s = 20,4 \text{ cm}^2$, $d_s = 5,72 \text{ cm}$, $A'_s = 3,98 \text{ cm}^2$, $d' = 5,25 \text{ cm}$, $d = 84,28 \text{ cm}$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{bd f'_c} = \frac{20,4 \cdot 300}{30 \cdot 84,28 \cdot 40} = 0,0603, \quad \omega' = \frac{A'_s f_y}{bd f'_c} = \frac{3,98 \cdot 300}{30 \cdot 84,28 \cdot 40} = 0,012$$

$$f_{ps} = \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} f_{pu}$$

$$f_{ps} = \left\{ 1 - \frac{0,28}{0,764} \left[0,143 + \frac{84,28}{75} (0,0605 - 0,012) \right] \right\} 1860 = 1725,41 \text{ MPa}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A'_s f_y}{0,85 f'_c b} = \frac{6,909 \cdot 1725,4 + 20,4 \cdot 300 - 3,98 \cdot 30}{0,85 \cdot 40 \cdot 30} = 16,52 \text{ cm}$$

$$M_n = 0,85 f'_c a \cdot b \cdot (d_p - a/2) + A_s f_y (d_{ps} - d_s) + A'_s f_y (d_{ps} - d')$$

$$M_n = 0,85 \cdot 4 \cdot 16,52 \cdot 30 \cdot (75 - 16,52/2) + 20,4 \cdot 30(15 - 5,72) + 3,98 \cdot 30(75 - 5,25)$$

$$M_n = 1264 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como $c < 0,375d_p = 28,13 \text{ cm}$ la sección está controlada por la tracción y $\phi = 0,9$ por lo que:

$$\phi M_n = 0,9 \cdot 1264 = 1138 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_u$$

En la tabla 2 se muestran otras variantes de refuerzo ordinario:

Tabla 2: Variantes de refuerzo ordinario.

	$A_s (\text{cm}^2)$	$A'_s (\text{cm}^2)$	$f_{ps} (\text{MPa})$	$a (\text{cm})$	$M_n (\text{kN} \cdot \text{m})$	$\phi M_n (\text{kN} \cdot \text{m})$
1	4barras N° 25	2barras N° 16	1725,4	16,52	1264	1138
2	4barras N° 25	2barras N° 25	1739,8	14,78	1288	1159,4
3	5barras N° 22	2barras N° 16	1727,8	16,22	1245	1120,5

Y como puede observarse el refuerzo comprimido tiene poca influencia por lo que se decide colocar la 1er variante.

3. Pérdidas de tensión de la armadura activa. Cálculo de la fuerza de pretensado en el gato.

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCIÓN CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



Como el trazado de los cables son rectos se pasa a obtener las pérdidas. Buscando no sobrepasar las tensiones admisibles en la transferencia se fija un valor de fuerza en el gato de $P_j = 0,72f_{pu}A_{ps} = 925,25kN$. Para este las pérdidas por deformación elástica son $\Delta f_{ES} = 48,73MPa$ y la fuerza real en la transferencia $P_{or} = P_j - \Delta f_{ES}A_{ps} = 894,15kN$. Finalmente las pérdidas diferidas son $\Delta f_{dif} = 51,6MPa$ y la fuerza efectiva de pretensado $P_e = 864,23kN$ que provoca una tensión de $f_{pe} = 1251MPa > 0,5f_{pu}$.

4. Chequeo del Estado Límite de Utilización de Fisuración.

- a) Comprobación de la Clase de la sección.

$$f'_{c2} = \frac{P_e}{A_c} + \frac{P_e e_o}{W'} - \frac{M_{2b}}{W'}$$

$$f'_{c2} = \frac{864,23}{0,27} + \frac{864,23 \cdot 0,3}{0,0405} - \frac{780,3}{0,0405} = -9,62MPa$$

Valor que supera el límite establecido para secciones Clase T de $1,5\sqrt{f'_c} = -9,49MPa$, como se había previsto y se confirma que la sección es Clase C.

- b) Calcular la fuerza de descompresión en el acero pretensado.

$$P_{ps} = f_{ac}A_{ps}$$

$$f_{ac} = f_{pj} - \Delta f_{ES}$$

$$f_{ac} = 1399 - 36,72 = 1302MPa$$

$$P_{ps} = 130,2 \cdot 6,909 = 899,88kN$$

- c) Obtener la fuerza de descompresión en el refuerzo ordinario.

Despreciando el aporte del acero comprimido, se calcula la fuerza del refuerzo ordinario traccionado

$$P_s = -(\Delta f_{SH} + \Delta f_{CR})A_s$$

$$P_s = -(2,367)20,4 = -48,29kN$$

Y la fuerza resultante:

$$P = P_{ps} + P_s = 899,88 - 48,29 = 851,6kN$$

La que estará ubicada a la siguiente distancia del borde inferior:

$$d_e = \frac{P_{ps}d_{sp} - P_s d_s}{P} = \frac{899,88 \cdot 15 - 48,29 \cdot 5,57}{851,6} = 15,53cm$$

- d) Cálculo de la posición de la línea neutra de la sección agrietada y transformada.

Fijar el valor de $c = 35cm$ y calcular las propiedades de la sección

$$n_p = E_p/E_c = 1,965 \cdot 10^5 / 29725,4 = 6,61 \quad n = E_s/E_c = 2 \cdot 10^5 / 29725,4 = 6,73$$

$$A_T = bc + n_p A_{ps} + n A_s$$

$$A_T = 0,3 \cdot 0,35 + 6,61 \cdot 0,00691 + 6,73 \cdot 0,00204 = 0,1233m^2$$

$$S_T = \frac{bc^2}{2} + n_p A_{ps}(h - d_{sp}) + n A_s(h - d_s)$$

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



$$S_T = \frac{0,3 \cdot 0,35^2}{2} + 6,61 \cdot 0,00691(0,9 - 0,15) + 6,73 \cdot 0,00204(90 - 0,0572) = 0,033 \text{ cm}^3$$

$$y_t = S_T / A_T = 0,033 / 0,1256 = 0,2706 \text{ m}$$

$$I_T = \frac{bc^3}{12} + bc \left(y_t - \frac{c}{2} \right)^2 + n_p A_{ps} (h - y_t - d_{sp})^2 + n A_s (h - y_t - d_s)^2$$

$$I_T = \frac{0,3 \cdot 0,35^3}{12} + 0,3 \cdot 0,35 \left(0,2706 - \frac{0,35}{2} \right)^2 + 6,61 \cdot 0,00691(0,9 - 0,2669 - 0,15)^2 + 6,73 \cdot 0,00204(90 - 0,2669 - 0,0572)^2 = 0,0076 \text{ cm}^4$$

Obteniendo las fuerzas actuantes

$$y_{ps} = h - d_e = 0,9 - 0,1553 = 0,7447 \text{ m}$$

$$y_p = y_{ps} - y_t = 0,7447 - 0,2706 = 0,4741 \text{ m}$$

Y el momento interno:

$$M_{int} = M_{2b} - P y_p = 780,3 - 851,6 \cdot 0,4741 = 376,56 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Comprobar la posición de la LN

$$f_{na} = \frac{P}{A_T} - \frac{M_{int}}{I_T} y_{na}$$

$$y_{na} = c - y_t = 0,35 - 0,2706 = 0,0793 \text{ m}$$

$$f_{na} = \frac{851,6}{0,1233} - \frac{376,56}{0,0076} \cdot 0,0793 = 0,00296 = 2,96 \text{ MPa} \neq 0$$

Por lo que el valor de profundidad de la línea neutra fijado es incorrecto.

Después de varias iteraciones se obtiene el valor de $c = 40,51 \text{ cm}$ y las características de la sección transformada son:

$$A_T = 0,1398 \text{ m}^2 \quad y_t = 28,33 \text{ cm} \quad I_T = 0,0077 \text{ m}^4$$

$$y_p = 46,15 \text{ cm} \quad M_{int} = 387,33 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$f_{na} = \frac{851,6}{0,1398} - \frac{387,33}{0,0077} \cdot 0,1218 = -8,9 \cdot 10^{-4} \text{ MPa} \cong 0$$

Valor satisfactorio.

- e) Cálculo de la tensión en los refuerzos

$$\Delta f_{ps} = \left(\frac{P}{A_T} - \frac{M_{int}}{I_T} y_p \right) n_p = \left(\frac{851,6}{0,1398} - \frac{387,33}{0,0077} \cdot 0,04615 \right) 6,61 = -112,27 \text{ MPa}$$

- f) Comprobación final

Con el apoyo de la figura 3 se calculan cada una de las fuerzas actuantes.

$$C = \frac{f_{c2}}{2} bc$$

Donde f_{c2} es el esfuerzo en la fibra comprimida del hormigón y se calcula por:

$$f_{c2} = \frac{P}{A_T} + \frac{M_{int}}{I_T} y_t$$

$$f_{c2} = \frac{851,6}{0,1398} + \frac{387,33}{0,0077} \cdot 0,2833 = 20,26 \text{ MPa}$$

$$C = \frac{2,026}{2} 30 \cdot 40,51 = 1230,84 \text{ kN}$$

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”

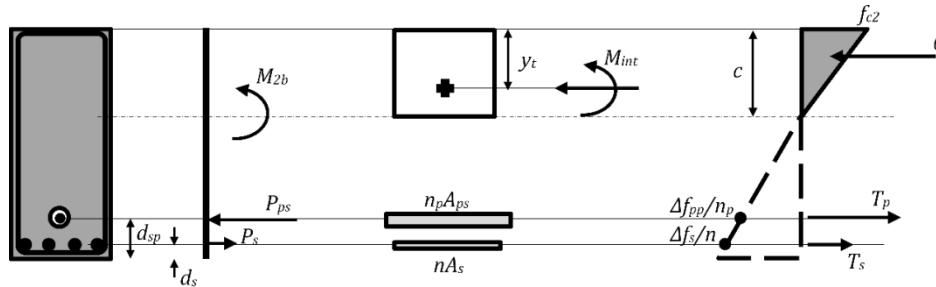


Figura 3: Equilibrio de fuerzas en la sección agrietada y transformada.

Para el acero pretensado:

$$T_p = P_{ps} + \Delta f_{pp} A_{ps}$$

Donde es la tensión del refuerzo pretensado para la sección transformada y se calcula por mediante una relación de triángulos, como se indica en la figura 3:

$$\Delta f_{pp} = - \left(f_{c2} \frac{h - d_{ps}}{c} - f_{c2} \right) n_p$$

$$\Delta f_{pp} = - \left(20,26 \frac{90 - 15}{40,51} - 20,26 \right) 6,61 = -114 \text{MPa}$$

$$T_p = 899,88 + 11,4 \cdot 6,91 = 978,65 \text{kN}$$

Para el acero natural utilizando un procedimiento semejante al anterior:

$$T_s = P_s + \Delta f_s A_{ps}$$

$$\Delta f_s = - \left(f_{c2} \frac{h - d_s}{c} - f_{c2} \right) n$$

$$\Delta f_s = - \left(20,26 \frac{90 - 5,72}{40,51} - 20,26 \right) 6,73 = -147,25 \text{MPa}$$

$$T_s = -48,29 + 14,725 \cdot 20,4 = 252,11 \text{kN}$$

Comprobando:

$$T_p + T_s = C$$

$$978,65 + 252,11 = 1230,76 \text{kN} \cong C = 1230,84 \text{kN} \quad \text{cumple}$$

$$M = C \left(y_{ps} - \frac{c}{3} \right) + T_s (d_{sp} - d_s)$$

$$1230,84 \left(0,7447 - \frac{0,4051}{3} \right) + 252,11 (0,15 - 0,0572) = 780,32 \text{kN.m} \cong M_{2b}$$

Por lo que las tensiones están bien calculadas.

Como $\Delta f_{ps} = 112 \text{MPa} < 140 \text{MPa}$ no es necesario calcular el espaciamiento máximo para plantear que la sección satisface los requerimientos de fisuración.

Conclusiones

- Para el diseño de secciones clase C debe garantizarse que la sección satisfaga las tensiones admisibles R_1 y R_2 para el estado 1 de transferencia, por lo que la sección no

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu

PLANTILLA OFICIAL PARA LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS
II CONVENCION CIENTÍFICA INTERNACIONAL
“II CCI UCLV 2019”



estará fisurada y tendrá comportamiento elástico, mientras que en el estado 2 de carga se supondrá que está fisurada la sección y no se aplican las restricciones de las tensiones admisibles.

- El chequeo de la fisuración en secciones clase C es fundamental, las mismas reciben un tratamiento como un elemento de hormigón armado, donde el papel del refuerzo ordinario es clave y su aporte deberá combinarse racionalmente con el refuerzo pretensado.
- Como se demostró en el ejercicio el refuerzo comprimido tiene poca influencia en que la sección resista el momento de cálculo, por lo que se escoge la 1ra variante que es la más económica y racional.
- La obtención de C (valor de profundidad de la línea neutra) en la sección agrietada y transformada se obtiene a través de un proceso iterativo a partir de fijar un valor inicial hasta que la sección satisface los requerimientos de fisuración.

Referencias bibliográficas

- Manual Básico para el diseño y revisión de vías de hormigón pretensado. Castañeda, Carlos Y Rodríguez. Tesis pregrado 2010
- Design of Prestressed Concrete Structures (3rd Edition) - T. Y. Lin & Ned H. Burns_2 1981
- PCI Design Handbook 6th Edition, 2004, ISBN 0-937040-71-1, USA
- Bases de cálculo de estructuras de hormigón armado y pretensado (2003). Basado en Eurocódigo. UNE-EN 1990.
- Ultimate axial load and moment interaction diagrams for prestressed HPC thin-walled short columns. H. Akbarzadeh Bengar, A. A. Maghsoudi. Received: January 2010, Revised: February 2011, Accepted: June 2012 prestressed HPC thin-walled short columns
- Bermúdez M., M. (2000). “Método Unificado para diseño de secciones pretensadas”. Tesis de grado de Doctor en Ciencias Técnicas no publicado, ISPJAE, Ciudad Habana, Cuba.
- Ultimate flexural behaviour of externally prestressed new beams and distressed beams. Structural Engineering Division, Anna University, Chennai-600025, India 2CSIR-Structural Engineering Research Centre, Taramani, Chennai, India-600113

Información de contacto
convencionuclv@uclv.cu
www.uclv.edu.cu