**DUODÉCIMO COLOQUIO DE ANÁLISIS, DISEÑO Y MONITOREO ESTRUCTURAL**

**Comportamiento dinámico de torres autosoportadas**

***Dynamic behavior of self-supporting towers***

**Katia Luis García1, Bruno Clavelo Elena, Patricia Martín Rodríguez3, Vivian Beatriz Elena Parnás4**

1- Katia Luis García. CUJAE, Cuba. E-mail: katial@civil.cujae.edu.cu

2- Bruno Clavelo Elena, CUJAE, Cuba. E-mail: bclaveloe@civil.cujae.edu.cu

3-Patricia Martín Rodríguez. CUJAE, Cuba. E-mail: patriciamr@civil.cujae.edu.cu

4- Vivian Beatriz Elena Parnás. CUJAE, Cuba. E-mail: vivian@civil.cujae.edu.cu

**Resumen:** Las torres autosoportadas son estructuras de uso común en la industria de la radiodifusión y como soporte de antenas para la televisión y la telefonía. Estas estructuras son sensibles a las acciones dinámicas del viento y sismo debido a sus características estructurales de bajo amortiguamiento y flexibilidad. La correcta identificación de las características modales de las torres autosoportadas es de gran importancia para la determinación de las componentes dinámicas de las cargas de viento y sismo; así como para la calibración de modelos computacionales y la identificación de daños a partir de mediciones a escala real. En este trabajo se realiza una caracterización del comportamiento dinámico de cuatro torres autosoportadas de sección triangular a partir de determinar sus periodos naturales, forma modales y el por ciento de participación de la masa. Además, se realiza un estudio de sensibilidad para la colocación de acelerómetros en vista de realizar posteriores mediciones a escala real de estas estructuras.

***Abstract:*** *The towers are structures that are characterized by their slenderness, which makes them vulnerable to wind and earthquake actions. These loads are fluctuating in nature and fluctuations, both wind and earthquake, introduce accelerations in the structure and provide the appearance of inertial forces in it. For the dynamic analysis of the self-supporting towers under the wind and earthquake loads, it is necessary to initially determine the dynamic characteristics through the modal analysis. The objective of this work is the dynamic characterization of four self-supported towers of triangular cross section based on the parameters oscillation periods and percentage of mass participation. In addition, in order to perform full-scale measurements of the towers with accelerometers, a sensitivity study is carried out for the placement of the sensors.*

**Palabras claves:** Análisis Modal; Torres autosoportadas; Periodos de oscilación; Acelerómetros

***Keywords:*** *Modal Analysis; Self-supporting towers; Oscillation periods; Accelerometers*

**1. Introducción**

Las torres autosoportadas son estructuras de uso común en la industria de la radiodifusión y como soporte de antenas para la televisión y la telefonía. Estas estructuras son sensibles a las acciones dinámicas del viento y sismo debido a sus características estructurales de bajo amortiguamiento y flexibilidad. La correcta identificación de las características modales de las torres autosoportadas es de gran importancia para la determinación de las componentes dinámicas de las cargas de viento y sismo; así como para la calibración de modelos computacionales y la identificación de daños a partir de mediciones a escala real.

Varias investigaciones internacionales han sido realizadas sobre las diferentes características dinámicas de las torres autosoportadas. Entre los principales trabajos se destacan Sackman ([Sackmann, 1996](#_ENREF_20)), Amiri ([G. Ghodrati Amiri & Boosta, 2002](#_ENREF_3); [G. Ghodrati Amiri & Massah, 2007](#_ENREF_4)), Kherd ([Khedr & McClure, 1999](#_ENREF_14); [Kherd, 1998](#_ENREF_15)), Galvez ([Gálvez, 1995](#_ENREF_10)), Mikus ([Mikus, 1994](#_ENREF_18)).

Los estudios internacionales realizados a torres autosoportadas incorporan como variable dependiente de la respuesta dinámica, el tipo de torre autosoportada y las dividen en dos grandes grupos a partir de las diferentes secciones transversales: triangular o cuadrada. Los estudios de las torres de sección triangular han sido liderados por Kherd ([Khedr & McClure, 1999](#_ENREF_14); [Kherd, 1998](#_ENREF_15)) y Sackman ([Sackmann, 1996](#_ENREF_20)) y los de las torres de sección cuadrada por Amiri ([G. Ghodrati Amiri & Boosta, 2002](#_ENREF_3); [G. Ghodrati Amiri & Massah, 2007](#_ENREF_4)). Estos autores realizan sus investigaciones, esencialmente, sobre el comportamiento de dichas torres bajo las acciones de la carga sísmica, para lo cual es necesario inicialmente realizar la caracterización dinámica.

Kherd (Kherd 1998), realiza un estudio sobre el comportamiento de las torres autosoportadas de sección triangular. En estos expone las diferencias existentes entre el comportamiento de las torres de telecomunicaciones y el de los edificios. Su trabajo (Kherd 1998) demostró que, mientras la respuesta de los edificios a los movimientos horizontales de un terremoto se desarrolla esencialmente en su primer modo de oscilación a flexión, en el caso de las torres autosoportadas, se involucran los tres primeros modos a flexión. Además plantea que las normas desarrolladas para el análisis sísmico de los edificios no toman en cuenta los efectos de los movimientos verticales del terreno, que son tan importantes para las torres, por lo que se hace necesario analizar además el primer modo de oscilación axial. El número de modos escogidos para el análisis dependió del por ciento de participación de la masa, para el caso de los modos a flexión fue del 90% y para los modos axiales el 85%, resultando un rango entre 2 y 7 modos, en función de la dirección y de cada torre estudiada.

Los estudios realizados por Amiri ([G. Ghodrati Amiri, Barkhordari, Massah, & Vafaei, 2007](#_ENREF_2)) en las torres de sección cuadrada, arrojaron que los tres primeros modos a flexión, de las torres mayores de 30m, ocurren en los primeros siete modos de oscilación, mientras que el primer modo a torsión ocurre en el quinto modo de oscilación y que el primer modo axial se encuentra en el modo 9. Analiza además, que con los tres primeros modos a flexión se alcanza el 90% de participación de la masa, mientras que si se analiza el primer modo de oscilación, solamente se tiene en cuenta el 60%. Amiri (Amiri, Barkhordari et al. 2007) realiza un estudio del comportamiento modal a un conjunto de torres autosoportadas que varían su altura entre los 18 y los 67 metros, obteniendo como resultado del análisis de las frecuencias en las torres que cuando se incrementa la altura, los períodos del modo fundamental a flexión y del primer modo axial también aumentan, mientras que el período del primer modo torsional disminuye. Además, con el incremento de la altura de las torres, el primer modo axial y el primer modo torsional ocurren en los modos más altos.

Madugula (Madugula 2002), basado en los estudios realizados por Sackmann (Sackmann 1996), Mikus (Mikus 1994) y Galvez (Gálvez 1995), concluyó que de forma general en las torres autosoportadas el modo fundamental de flexión es seguido por el primer modo torsional, el primer modo axial ocurre entre los modos 10 y 15, el segundo modo torsional está cerca al tercer modo de flexión y varios de los modos más altos a torsión pueden estar seguidos por modos a flexión, y en ocasiones puede ocurrir la pareja de modos flexión-torsión.

La obtención de las características dinámicas en las estructuras es un paso inicial antes de la realización de ensayos a escala real. El uso de esta técnica para obtener la respuesta dinámica de las estructuras es una práctica que ha tomado gran auge en los últimos años. En particular la identificación de los parámetros modales de estructuras surgió a mediados del siglo pasado ([Ewins, 2000](#_ENREF_8)). Entre los usos de la identificación de sistemas y la estimación experimental de los parámetros modales se encuentra la identificación de daños y la optimización de diseños ([Brownjohna, Magalhaes, Caetano, & Cunhab, 2010](#_ENREF_5); [Deraemaeker, Reynders, De Roeck, & Kulla, 2008](#_ENREF_7); [Peeters, 2000](#_ENREF_19)), así como en la identificación de fuerzas ([Kazemi Amiri & Bucher, 2017](#_ENREF_13)). Otra de sus aplicaciones se encuentra en la calibración de modelos computacionales que, aunque con el avance de las ciencias informáticas son una herramienta poderosa, el desarrollo de nuevos materiales y la evolución en el diseño de las estructuras obliga a la verificación de las simplificaciones que se realizan en los modelos ([Friswell, Mottershead, & Ahmadian, 2001](#_ENREF_9); [Jaishi, Kim, Kyum Kim, Ren, & Lee, 2007](#_ENREF_12); [Simoen, 2013](#_ENREF_21)).

La obtención de la respuesta de la estructura se realiza utilizando sensores (acelerómetros y strain gauges) los cuales deben ser correctamente ubicados para cumplir con la buena observación. Una de las técnicas que permite verificar esta ubicación son los valores AutoMAC. La matriz AutoMAC permite relacionar las formas modales obtenidas en diferentes puntos de la torre, para lo cual es necesario realizar inicialmente la caracterización dinámica en cuanto a frecuencias y formas modales de oscilación ([Maes et al., 2016](#_ENREF_16)).

El objetivo de este trabajo es la caracterización dinámica de cuatro torres autosoportadas de sección triangular a partir de los parámetros periodos de oscilación y por ciento de participación de la masa. En el trabajo se realiza una comparación del comportamiento dinámico de las torres estudiadas con lo descrito en las investigaciones internacionales. Además, se realiza un estudio de sensibilidad para la colocación de acelerómetros utilizando la técnica los valores AutoMAC en vista de realizar posteriores mediciones a escala real de estas estructuras.

**2. Metodología**

**Características y modelación computacional de las torres estudiadas**

Para el estudio se seleccionaron cuatro torres autosoportadas de sección triangular existentes en Cuba con alturas comprendidas entre 30 y 60 metros. Las torres son modelos típicos: modelo Versalles de 31 metros de altura, modelo GT-33, modelo GT-45 y modelo GT-60, de 33, 45 y 60 metros de altura respectivamente. Los últimos tres modelos corresponden a las torres utilizadas para la transmisión de las comunicaciones en las líneas de ferrocarril de Cuba. En la tabla 1 se muestran las principales características de las torres objeto de estudio.

Tabla 1 Características de las torres en estudio

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **No\*** | **Modelo** |  **Altura (m)** | **Ancho de la base (m)** | **Ancho del extremo superior (m)** | **Masa ( ton)** |
| TT-31 | Modelo Versalles | 31 | 3 | 0.8 | 3.9 |
| TT-33 | GT -33 Ferrocarril | 33 | 3.3 | 1 | 4.23 |
| TT-45 | GT -45 Ferrocarril | 45 | 4.5 | 1 | 7.3 |
| TT-60 | GT -60 Ferrocarril | 60 | 6 | 1 | 11.8 |

\* La nomenclatura indica la primera letra la T de torre, la segunda letra el tipo de sección transversal: triangular (T), y los números indican la altura de la torre.

Las torres objeto de estudio presentan forma troncopiramidal hasta una determinada altura, donde comienza una torreta de sección transversal constante (denominada torreta en este trabajo). Los principales elementos que conforman las torres autosoportadas se observan en la figura 1. Las características de la geometría y los tipos de perfiles de las torres TT-31 y TT-60 se muestran en la figura 2. Las torres TT-33 y TT-45 correspondientes a los modelos para el sistema de ferrocarriles están basados en los mismos tipos de perfiles que la torre TT-60, pero eliminando los primeros 27 y 15 metros respectivamente. Las cuatro torres presentan antenas ubicadas en la torreta. El peso y la ubicación de las antenas se muestran en la tabla 2.



Fig.1 Elementos componentes de las torres autosoportadas.

TT-31 Modelo Versalles



TT-60 Modelo Ferrocarril



Fig.2 Características de las torres autosoportadas TT-31 y TT-60 (C: columna, T: tranque, D: diagonal)

Tabla 2 Características de las antenas

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Torre | Cantidad de antenas | Ubicación antenas (m) | Peso(kN) x col |
| TT-31 | 1 | 25.5 | 0.26 |
| 1 | 29.5 | 0.08 |
| TT-33 | 3 | 31.00 | 0.32 |
| 3 | 25.00 | 0.31 |
| TT-45 | 3 | 43.00 | 0.32 |
| TT-60 | 3 | 58.00 | 0.32 |

La modelación y análisis de las torres se llevó a cabo a través del programa de análisis estructural SAP 2000 (versión 16) basado en el método de elementos finitos. Las torres fueron modeladas como una armadura espacial, reproduciendo de forma detallada cada miembro de la armadura conformando la estructura tridimensional de sección triangular equilátera o cuadrada en dependencia de la torre analizada. La estructura en su conjunto se consideró con 6 grados de libertad. Los elementos de la armadura fueron modelados como barras, elementos lineales con dos nudos extremos. Las características de la sección de los elementos de la armadura se introducen en el programa, el cual de forma automática determina las propiedades geométricas (área, inercia, etc.).

Las columnas se consideraron en todos las modelos continuas desde la base hasta la cima, porque las uniones entre ellas es a tope con doble plancha y seis pernos en el sentido longitudinal que garantizan la transmisión de momentos. Las columnas se encuentran arriostradas por los tranques los cuales disminuyen la longitud de pandeo del elemento y rigidizan la estructura. La unión entre los elementos tranques y columna, se consideró articulada al igual que las diagonales y diagonales secundarias, tranques interiores, tranques y tranques secundarios, debido a que en todos los casos la unión entre estos elementos se realiza mediante uno o dos pernos en dependencia de la torre en cuestión. Las condiciones de apoyo fueron consideradas empotradas debido a que sus patas tienen apoyos independientes empotrados a la cimentación por medio de planchas de acero ancladas con pernos a la masa de hormigón y unidas con pernos a las patas de la torre.

El material que conforma los elementos de todas las torres es acero de calidad A-36 (Tensión de fluencia 250 MPa, Tensión de rotura 400 MPa), el módulo de elasticidad del material o módulo de Young $(E)$ es de $2\*10^{5} MPa$); sus propiedades se consideraron linealmente elásticas y constantes en el tiempo. El valor de la resistencia del acero no es significativo en el análisis del estudio realizado.

**Análisis Modal**

El análisis modal fue realizado a las cuatro torres objeto de estudio con el objetivo de obtener sus características dinámicas y establecer criterios generales en cuanto a su comportamiento a partir de la comparación de los resultados obtenidos en estudios internacionales. El análisis modal está basado en la rigidez, el amortiguamiento y la masa de la estructura, se basa en el hecho de que las respuestas de las vibraciones de un sistema dinámico invariante en el tiempo pueden ser expresadas como la combinación lineal de un conjunto de movimientos armónicos simples llamados modos naturales de vibración. Los modos naturales de vibración son inherentes a un sistema dinámico y son determinados completamente por sus propiedades físicas (masa, amortiguamiento y rigidez) y su distribución espacial ([He & Zhi-Fang, 2001](#_ENREF_11)).

El análisis modal fue realizado a las cuatro torres utilizando como herramienta el software de análisis de estructuras SAP-2000 versión 16. Este software proporciona dos métodos para la realización de análisis modal: el método del Eigenvector (Vectores Propios) y el Método de Ritz. El método del Eigenvector es el utilizado en este trabajo ya que determina la forma de los modos de vibraciones libres sin amortiguamiento (vectores propios) y las frecuencias propias (valores propios) de la estructura. Las masas de cada elemento y de las antenas fueron concentradas en los puntos de intersección de las columnas de la torre con los tranques y las diagonales, para evitar la formación de modos locales que no aportan información de la estructura en su conjunto.

Fueron seleccionados dos aspectos fundamentales que permiten caracterizar el comportamiento dinámico de las torres: períodos de oscilación y por ciento de participación de las masas según cada modo. Los por ciento de participación de la masa están determinados por la importancia relativa de cada modo en la respuesta dinámica de la estructura ([Computers and Structures, 2007](#_ENREF_6)). Estos valores representan el grado en que la respuesta dinámica es excitada por un modo específico. El factor de participación (Li) y la masa modal (Mi) se definen según las ecuaciones 1 y 2.



Ecuación 1



Ecuación 2

Donde:

$mj$ = masas concentradas

$aij $= desplazamiento de la masa $j$ en el modo $i$

La relación puede entenderse como la cantidad de masa que tiene participación en una respuesta modal específica. La relación de participación de la masa para un modo dado se calcula con la expresión de la ecuación 3.



Ecuación 3

Donde Mtotal es la masa total del sistema. Estas relaciones son expresadas en porcentaje.

La herramienta SAP 2000 utilizada para este análisis, permite fijar la cantidad de modos de vibración que se requieran analizar, logrando la obtención de los períodos de oscilación y el por ciento de participación de la masa que involucra cada uno de los modos. El análisis modal de las torres fue considerado hasta el modo número 30.

**Definición de parámetros para estudio de sensibilidad en la colocación de los acelerómetros**

En la segunda parte del trabajo se realiza un estudio de sensibilidad para la colocación de acelerómetros utilizando la técnica de los valores AutoMAC en vista de realizar posteriores mediciones a escala real de las cuatro torres autosoportadas objeto de estudio.

La ubicación de los sensores es un aspecto fundamental para el procesamiento de las señales y la identificación de parámetros modales cuando se realiza un ensayo a escala real. Cuando se colocan los sensores en puntos nodales, definiendo estos como puntos donde las formas modales presentan cruces, los datos registrados no proveen información válida para algunos modos, específicamente para los modos donde los nodos coincidieron con la posición de los sensores. Otra razón para elegir adecuadamente la posición de los sensores es que su realización incorrecta puede llevar a obtener modos muy similares debido a la pobre distribución espacial de los sensores. La elección de la posición de los sensores depende de la cantidad de sensores disponibles y la información de las formas modales que se quiere investigar. Existen algunos criterios básicos para la instalación de los sensores a priori. Rainieri en su libro (Rainieri and Fabbrocino 2014) platea que si se asume que al menos existen un par de modos cercanos espaciados, en particular en el caso de estructuras débilmente excitadas, los modos fundamentales pueden ser adecuadamente identificados con al menos 6-8 sensores.

La determinación de los valores de AutoMAC está basada en los conceptos de Criterio de Garantía Modal (MAC, siglas en inglés) definida como la forma numérica más usada para cuantificar la correlación entre modos ([Allemang & Brown, 1982](#_ENREF_1); [Marwala, 2010](#_ENREF_17); [Simoen, 2013](#_ENREF_21)). Se puede emplear para relacionar formas modales medidas $\overbar{ϕ}\_{j}$ y formas modales obtenidas computacionalmente $ϕ\_{i}$, como una herramienta en la calibración de modelos.

$$MAC\left(ϕ\_{i},\overbar{ϕ}\_{j}\right)=\frac{\left|(Lϕ\_{i})^{T}\overbar{ϕ}\_{j}\right|^{2}}{\left‖Lϕ\_{i}\right‖\_{2}^{2}\overbar{ϕ}\_{j}\_{2}^{2}}$$

Ecuación 4

En la expresión 4 el vector $L$ se encarga de seleccionar los mismos grados de libertad de las formas modales medidas y las computacionales para poder comparar. Los valores MAC brindan una medida de la consistencia entre dos vectores, es decir ofrecen un criterio de la linealidad entre estos. Sus valores se encuentran entre 0 y 1, representando una inconsistente o perfecta consistencia entre los vectores, respectivamente. Por otra parte, los valores AutoMAC permiten verificar si es correcta la elección de la posición de los sensores. Dichos valores relacionan dos posiciones medidas, de ahí el término Auto. La matriz AutoMAC es una matriz simétrica caracterizada por valores iguales a la unidad en su diagonal. Si se seleccionan dos puntos y su valor AutoMAC es cercano a la unidad significa que los puntos seleccionados están captando el mismo modo, lo cual no es conveniente. De forma inversa, si los valores son cercanos a cero significa que los puntos están captando modos diferentes, siendo esta una buena selección de puntos para la colocación de los acelerómetros. De forma general, se dice que cuando se obtienen valores AutoMAC menores a 0.5 las posiciones son correctas ([Maes et al., 2016](#_ENREF_16)). Este criterio fue adoptado en el trabajo para el estudio de la sensibilidad de sensores en cada una de las torres. El criterio inicial para la colocación de los acelerómetros estuvo basado en la ubicación equidistante de los sensores en función de la altura de las torres y en las formas modales. La obtención de valores de AutoMAC se realizó usando el programa MatLab y su interacción con SAP 2000. El SAP 2000 realiza el análisis modal y el MatLab se encarga de extraer los grados de libertad de interés de las correspondientes posiciones de los sensores y realiza el cálculo de los valores AutoMAC.

**3. Resultados y discusión**

Los resultados estuvieron basados en dos partes: en la primera se muestra la caracterización dinámica de las torres autosportadas a partir del análisis modal y la comparación de su comportamiento con la bibliografía referenciada y en la segunda parte se muestran los resultados del estudio de sensibilidad para la colocación de acelerómetros para futuras mediciones a escala real de estas estructuras.

**Caracterización dinámica de las torres autosoportadas objeto de estudio**

Existen tres tipos de modos de vibración que se presentan en las torres autosoportadas: modo flector, torsor y axial. Estos modos surgen de diferentes maneras en las torres y además dependen de la altura de las mismas ([G. Ghodrati Amiri et al., 2007](#_ENREF_2); [Sackmann, 1996](#_ENREF_20)). En las torres objeto de estudio fueron analizados los primeros 30 modos y se observó que surgen una gran cantidad de modos locales en todas las torres, por esta razón no se observó la presencia de modo axial en los primeros 30 modos. Los resultados mostrados corresponden al análisis de los períodos de oscilación de los tres primeros modos a flexión y el primer modo torsor, así como los por ciento de participación de la masa de los tres primeros modos flectores de las torres sin antenas.

En todos los modelos de torres analizados, los cuatro primeros modos de vibración conforman los dos primeros modos a flexión de la estructura, estos modos son acoplados y cada uno actúa en una de las direcciones x o y. La ubicación del tercer modo a flexión varía para cada una de las torres. En todas las torres, excepto en la TT-33, ocurren los tres primeros modos a flexión en los primeros siete modos y el primer modo a torsión se encuentran en el modo de vibración número 5, coincidiendo con los resultados de los estudios realizados por Amiri (G. Ghodrati Amiri & Massah, 2007) para torres mayores de 30 metros, donde plantea que el primer modo a torsión se encuentra después del segundo modo a flexión y cerca del tercero. En la torre TT-33 no se cumple este comportamiento debido a que presenta modos locales intermedios, el 3er modo flector surge en el modo 12 y el primer modo torsor aparece en el modo 11. En la tabla 3 se muestra a modo de ejemplo un fragmento de los resultados del análisis modal para la torre modelo TT-45, representando el tipo de modo (F: flector, T: torsor) y por ciento de participación de la masa de cada uno de los modos de vibración. Los períodos a flexión en cada dirección principal se encuentran bien separados en todas las torres que corresponde con los resultados obtenidos por Amiri ([G. Ghodrati Amiri & Massah, 2007](#_ENREF_4)). Ninguna de las torres analizadas presentó inversión en el primer modo de oscilación, lo verifica el comportamiento de estructura tipo voladizo que caracteriza estas estructuras. En la figura 3 se muestra a modo de ejemplo los gráficos de los modos para la torre TT-31.

Tabla 3 Resultados del Análisis Modal Torre TT-45.



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| Tipo de Modo | 1er (Flector) | 2do (Flector) | 1 Torsor | 3er (Flector) |
| Modo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| T (seg) | 0.44 | 0.44 | 0.12 | 0.12 | 0.08 | 0.06 | 0.06 |

Fig.3 Modos de oscilación de la torre de sección triangular Modelo Versalles (TT-31) y sus períodos de oscilación.

La figura 4 muestra como con el incremento de la altura de las torres aumenta el período de oscilación del primero, segundo y tercer modo a flexión coincidiendo con los resultados obtenidos por Amiri ([G. Ghodrati Amiri et al., 2007](#_ENREF_2)).

Fig.4 Gráfico de los valores de los períodos de oscilación en los modos flectores

Respecto a los modos torsores, Amiri ([G. Ghodrati Amiri et al., 2007](#_ENREF_2)) expone que con el incremento de la altura de las torres decrecen los períodos de oscilación, sin embargo en las torres objeto de estudio no se observa ninguna regularidad en este aspecto como se muestra en la figura 5.

Fig.5 Gráfico de los períodos de oscilación del primer modo torsor

En todas las torres, el mayor por ciento de participación individual de la masa se encuentra en el primer modo a flexión, que es el modo fundamental. En el primer modo a flexión de cada torre se alcanza menos del 50% de participación de la masa, igual a lo planteado por Amiri ([G. Ghodrati Amiri & Massah, 2007](#_ENREF_4)). Aunque, en ninguna de las torres se cumple que los tres primeros modos a flexión alcancen el 90% de participación de la masa como se evidencia en la figura 6.

Fig. 6 Gráfico de por cientos de participación de la masa según diferentes modos flectores deoscilación.

En cuanto a la caracterización dinámica de las torres considerando la presencia de antenas se obtuvo que aumentan los valores de los períodos de oscilación del primer y segundo modo flector, ver tabla 4. Las características de los modos de oscilación en cuanto a su orden de aparición, valores de los períodos de oscilación del 3er modo flector y del modo torsor, así como los valores de los por cientos de participación de la masa son iguales a los obtenidos cuando no se considera la presencia de las antenas. Estos resultados pueden estar dados porque son muy pocas las antenas que presentan las torres casos de estudio. No se pueden llegar a conclusiones definitivas respecto a la modificación del comportamiento dinámico en las torres autosoportadas producto de la presencia de las antenas.

Tabla 4 Períodos de oscilación 1ro y 2do modo flector con y sin la presencia de antenas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Torres | Sin antenas | Con Antenas |
|  Modo 1 | Modo 2 |  Modo 3 |  Modo 4 |
| TT-31 | 0.44 | 0.120 | 0.45 | 0.122 |
| TT-33 | 0.42 | 0.116 | 0.46 | 0.116 |
| TT-45 | 0.55 | 0.166 | 0.58 | 0.175 |
| TT-60 | 0.69 | 0.238 | 0.72 | 0.249 |

**Estudio de sensibilidad para colocación de acelerómetros**

El estudio de sensibilidad se realizó en todas las torres considerando la presencia de las antenas. Para el estudio de sensibilidad se ubicaron tres acelerómetros en cada altura, un acelerómetro mide en la dirección de *x* y dos miden en la dirección de *y*, esta cantidad de sensores es suficiente para tener en cuenta los modos torsionales debido a que las torres son de sección triangular. Las alturas escogidas para la posición de los sensores y la cantidad total de puntos de medición para cada torre se muestra en la tabla 5. Con estas posiciones se realizó el análisis de los valores AutoMAC y se validaron las posiciones elegidas. Fueron escogidos 7 modos para el estudio en las torres TT-31, TT-45 y TT-60 y 5 modos para la torre TT-33, siendo estos los modos donde aparecen las formas principales de oscilación de las torres (primeros modos a flexión y primer modo torsor, sin presencia de modos locales). La tabla 5 muestra los mayores valores de AutoMAC obtenidos para cada una de las torres con las posiciones iniciales.

Tabla 5 Características de la ubicación inicial de los acelerómetros y valores de AutoMAC.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Torre | Alturas (m) | Cantidad de puntos de medición | Mayores valores de AutoMAC obtenidos |
| TT-31 | 31m, 20.5m, 12.5m | 9 | 0.50 |
| TT-33 | 33m, 26m, 14m | 9 | 0.55 |
| TT-45 | 45m, 38m, 28m, 14m | 12 | 0.68 |
| TT-60 | 60m, 53m, 45m, 29m, 19m | 15 | 0.55 |

La tabla 5 muestra un valor elevado de AutoMAC para la torre modelo TT-45, se procedió a cambiar las posiciones de los sensores hasta obtener valores de AutoMAC inferiores a 0.6. Este estudio arrojó que cuando se mueven los sensores del tope de la torre al nivel inmediato inferior donde se encuentran colocadas las antenas los valores de AutoMAC disminuyen considerablemente. La tabla 6 muestra las posiciones finales de los sensores y sus correspondientes valores de AutoMAC. La figura 7 muestra a modo de ejemplo la distribución final de sensores en la torre TT-31, para el resto de las torres se procedió de forma similar según las alturas escogidas para cada una.

Tabla 6 Características de la ubicación de los acelerómetros y valores de AutoMAC.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Torre | Alturas (m) | Cantidad de puntos de medición | Mayores valores de AutoMAC obtenidos |
| TT-31 | 29.5m, 20.5m, 12.5m | 9 | 0.18 |
| TT-33 | 31m, 26m, 14m | 9 | 0.35 |
| TT-45 | 43m, 38m, 28m, 14m | 12 | 0.53 |
| TT-60 | 58m, 53m, 45m, 29m, 19m | 15 | 0.45 |



Fig. 7 Distribución de acelerómetros en la torre TT-31. La numeración identifica nivel del punto y ubicación en sección transversal.

Las figuras 8 a 11 muestran la matriz AutoMAC para las alturas seleccionadas en la tabla 6 para cada una de las torres. En las figuras se observa una matriz simétrica con valores igual a la unidad en su diagonal y los restantes valores se encuentran entre 0 y 0.6 aproximadamente. La presencia de valores inferiores a 0.6 significa que las posiciones de los sensores elegidas son correctas ya que valores cercanos a 0 representan que las posiciones captan modos diferentes.

|  |  |
| --- | --- |
| F:\WORK\doctorado\torres_MODELOS_SAP\VERSALLES\automac_script_versalles\versalles nueva.jpg | F:\WORK\doctorado\torres_MODELOS_SAP\GT_45\automac_script_GT45\GT_45 nueva.jpg |
| Fig. 8 Matriz AutoMAC para la torre TT-31 | Fig. 9 Matriz AutoMAC para la torre TT-45 |
| F:\WORK\doctorado\torres_MODELOS_SAP\GT_33\automac\gt 33 nueva.jpg | F:\WORK\doctorado\torres_MODELOS_SAP\GT_60\automac\gt60 nueva.jpg |
| Fig. 10 Matriz AutoMAC para la torre TT-33.  | Fig. 11 Matriz AutoMAC para la torre TT-60 |

**4. Conclusiones**

El orden de aparición de los modos flectores y torsores en las torres objeto de estudio coinciden con lo especificado en la bibliografía internacional, excepto en la torre TT-33 debido al surgimiento de modos locales.

El comportamiento de los modos flectores de las torres objeto de estudio con respecto a la altura se corresponden con lo descrito en las publicaciones internacionales, sin embargo, no se observaron regularidades en cuanto al comportamiento de los modos torsores.

El estudio de sensibilidad para la colocación de los acelerómetros y posterior realización de ensayos a escala real arrojó en todas las torres que se obtienen menores valores de AutoMAC cuando se utiliza como punto máximo la altura donde se encuentran ubicadas las antenas que cuando son colocados los sensores en el tope de la torre. Se llega a la conclusión que la cantidad de puntos de medición está en dependencia de la altura de la torre y la colocación equidistante de estos puntos.

**5. Referencias bibliográficas**

Allemang, R. J., & Brown, D. L. (1982). *A correlation coefficient for modal vector analysis.* Paper presented at the 1st international modal analysis conference.

Amiri, G. G., Barkhordari, M. A., Massah, S. R., & Vafaei, M. R. (2007). Earthquake Amplification Factors for Self-supporting 4-legged Telecommunication Towers. *World Applied Sciences, Journal 2 (6)*(635-643).

Amiri, G. G., & Boosta, A. (2002). *Dynamic Response of Antenna-Supporting Structures* Paper presented at the 4th Structural Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Quebec, Canada.

Amiri, G. G., & Massah, S. R. (2007). SEISMIC RESPONSE OF 4-LEGGED SELF-SUPPORTING TELECOMMUNICATION TOWERS. *IJE Transactions B: Applications, Vol. 20*( No. 2), 107-126.

Brownjohna, J. M. W., Magalhaes, F., Caetano, E., & Cunhab, A. (2010). Ambient vibration re-testing and operational modal analysis of the Humber Bridge. *Engineering Structures, 32*. doi: 10.1016/j.engstruct.2010.02.034

Computers and Structures, I. (2007). CSI Analysis Reference Manual For SAP2000®, ETABS®, and SAFE™. Berkeley, California, USA.

Deraemaeker, A., Reynders, E., De Roeck, G., & Kulla, J. (2008). Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment. *Mechanical Systems and Signal Processing, 22*, 34-56. doi: 10.1016/j.ymssp.2007.07.004

Ewins, D. J. (2000). *Modal Testing. Theory, practice and application.* (Second ed.). England: Research Studies Press Ltd. .

Friswell, Mottershead, J., & Ahmadian, H. (2001). Finite-element model updating using experimental test data: parametrization and regularization. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 359*, 169-186. doi: 10.1098/rsta.2000.0719

Gálvez, C. A. (1995). *Static method for aseismic design of self-supporting towers*. Montreal: Dept. of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University.

He, J., & Zhi-Fang, F. (2001). *Modal Analysis*: Butterworth-Heinemann, Elsevier.

Jaishi, B., Kim, H., Kyum Kim, M., Ren, W., & Lee, S. (2007). Finite element model updating of concrete-filled steel tubular arch bridge under operational condition using modal flexibility. *Mechanical Systems and Signal Processing, 21*, 2406–2426. doi: 10.1016/j.ymssp.2007.01.003

Kazemi Amiri, A., & Bucher, C. (2017). A procedure for in situ wind load reconstruction from structural response only based on field testing data. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 167* 75-86. doi: 10.1016/j.jweia.2017.04.009

Khedr, M. A., & McClure, G. (1999). Earthquake amplification factors for self-supporting telecommunication towers. *Canadian Journal of Civil Engineering, 26*, 208–215.

Kherd, M. A. (1998). *Seismic analysis of lattice towers* (PhD), McGill University, Montreal, Canadá.

Maes, K., Van Nimmen, K., Lourens, E., Rezayat, A., Guillaume, P., De Roeck, G., & Lombaert, G. (2016). Verification of joint input-state estimation for force identification by means of in situ measurements on a footbridge. *Mechanical Systems and Signal Processing, 75*, 245–260. doi: 10.1016/j.ymssp.2015.12.017

Marwala, T. (2010). *Finite-element-model Updating using computacional Intelligence techniques. Applications to Structural Dynamics*.

Mikus, J. (1994). *Seismic analysis of self-supporting telecommunications towers*. Montreal: Dept. of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University.

Peeters, B. (2000). *SYSTEM IDENTIFICATION AND DAMAGE DETECTION IN CIVIL ENGINEERING.* (PhD).

Sackmann, V. (1996). *Prediction of natural frequencies and mode shapes of self-supporting lattice telecommunication towers*. Montreal: Dept. of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University.

Simoen, E. (2013). *UNCERTAINTY QUANTIFICATION IN FINITE ELEMENT MODEL UPDATING.* (PhD), Leuven, Belgium.