II CONVENCION CIENTIFICA INTERNACIONAL
"II CCI UCLV 2019"

DEL 23 AL 30 DE JUNIO DEL 2019.
CAYOS DE VILLA CLARA. CUBA

I CONFERENCIA INTERNACIONAL DE INGENIERIA INDUSTRIAL (CINDUS 2019)

Algunas Aplicaciones de Programación Lineal
Continua (Tratamiento de cáncer)
Borrosa (Problema de energía eléctrica)

Some Linear Programming Applications
***Continuous** (Cancer treatment)*
***Fuzzy** (Electricity problem)*

Guillermo Jiménez Lozano
Doctor en Ingeniería
Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales
Manizales, Caldas, Colombia
gjimenezl@unal.edu.co

Xiomara Alexandra Jiménez Muñoz
Master en Sostenibilidad
Universidad Escuela Colombiana de Carreras Industriales (ECCI)
Bogotá, Cundinamarca, Colombia
xajimenezm@gmail.com

Resumen: Cuando hablamos de toma de decisiones es importante tener en cuenta que en Investigación de Operaciones existen herramientas tan profusamente empleadas como lo son la Programación Lineal Continua, en la cual se presentará un ejemplo muy cercano a la realidad en la aplicación de rayos en el tratamiento de una persona que tiene cáncer, por medio de radioterapia, con el objetivo de dañar lo menos posible los tejidos que se encuentran sanos. Se presentará la solución de este modelo por medio del método gráfico; también se puede resolver por medio de software.

En otros casos no es posible aplicar, debido a que existen elementos imprecisos, para lo cual es importante la utilización de la Programación Lineal Difusa. En este trabajo se presentan los elementos principales que constituyen la Programación Lineal Difusa, complementada con ejemplos de aplicación.

Palabras Clave: Toma de decisiones, Investigación de Operaciones. Programación Lineal Continua, Programación Lineal Difusa.

Abstract: When we speak of decision making, it is important to bear in mind that in Operations Research there are tools as profusely used as Continuous Linear Programming, in which an example very close to reality in the application of lightning in the treatment of a person who has cancer, by means of radiotherapy, with the objective of damaging as little as possible the tissues that are healthy. The solution of this model will be presented by means of the graphic method; It can also be solved by means of software.

In other cases it is not possible to apply, because there are imprecise elements, for which the use of Fuzzy Linear Programming is important. In this paper we present the main elements that make up the Fuzzy Linear Programming, complemented with application examples.

Key Words: Decision making, Operations Research. Continuous Linear Programming, Fuzzy Linear Programming.

1. Introducción

La mayoría de problemas en Programación Lineal corresponden a situaciones reales, en ambiente de certeza o de incertidumbre, en las que se pretende identificar y resolver dificultades para la mejor utilización de recursos limitados y generalmente costosos, es decir, maximizar o minimizar funciones lineales en varias variables, con restricciones también lineales.

2. Programación Lineal Continua

En Programación Lineal Continua se presentará un ejemplo muy cercano a la realidad en la aplicación de rayos en el tratamiento de una persona que tiene cáncer, por medio de radioterapia, con el objetivo de dañar lo menos posible los tejidos que se encuentran sanos. Se presentará la solución de este modelo por medio del método gráfico.

Luego de los exámenes correspondientes en una Clínica Oncológica en Colombia un paciente le detectaron cáncer en el cerebro en el lóbulo parietal (movimiento, cálculo, orientación y ciertos tipos de reconocimiento). Cuando la zona anterior se lesiona se tienen limitaciones para realizar tareas sencillas cotidianas. Para curar al paciente la Clínica decidió hacerle radioterapias al paciente, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Area	Rayo 1	Rayo 2	Rayo 3	Restricción sobre la dosis promedio total, en kilorads
Tejido crítico	0,142857	0,25	0,166666	Como máximo 1
Región del tumor	0,2	0,142857	0,333333	Hasta 1
Centro del tumor	1	0	0	A lo sumo 2

La parte del tejido sano corresponde a 1, 3 y 4 en cada uno de los rayos a aplicar.

2.1 Planteamiento del Problema

$$MAX\ Z = X_1 + 3\ X_2 + 4\ X_3$$

Sujeta a:

1. $$\frac{X_1}{7} + \frac{X_2}{4} + \frac{X_3}{6} \leq 1$$

2. $$\frac{X_1}{5} + \frac{X_2}{7} + \frac{X_3}{3} \leq 1$$

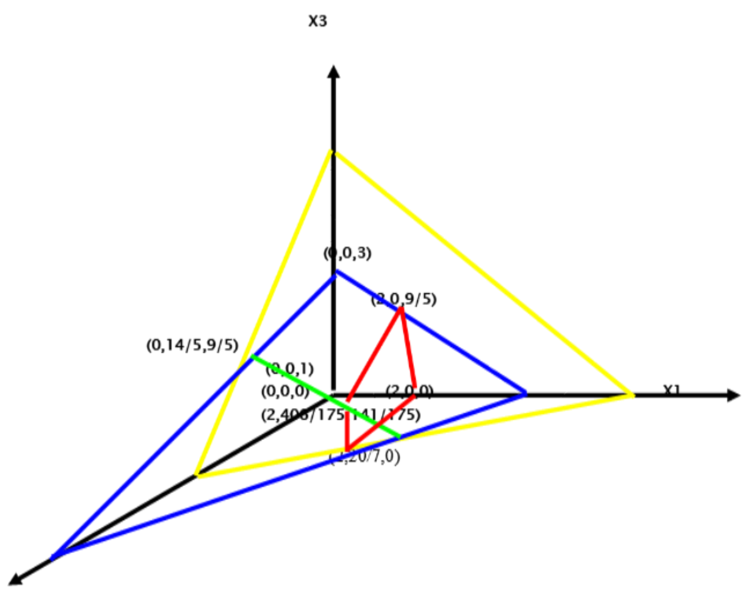
3. $$X_1 \leq 2$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Luego se solucionará el problema (gráficamente y por medio de software) y se interpretarán las variables de decisión.

2.2 Solución del Problema

El anterior problema se puede solucionar gráficamente:



Solución óptima única:

$X_1^* = 0;\ X_2^* = \frac{14}{5} = 2{,}8;\ X_3^* = \frac{9}{5} = 1{,}8;\ Z^* = \frac{78}{5} = 15{,}6$

2.3 Interpretación del resultado

El diseño óptimo significa que se debe utilizar una dosis total de entrada de 0 krads, 2,8 krads y 1,8 krads respectivamente para las variables de decisión y el mínimo corresponde a 15,6 krads. Con lo anterior se pretende que se toque lo menos posible la piel sana.

3. Programación Lineal Difusa

La Programación Lineal Difusa es otro caso de la Programación Matemática, en donde las relaciones entre las variables, tanto en el funcional como en las condiciones de vínculo, son de tipo lineal. Aparte de lo anterior en las restricciones se presentan funciones, las cuales toman valores por rangos.

3.1 Planteamiento de un modelo de Programación Lineal Borrosa

Un modelo de Programación Lineal Difusa o Borrosa es un problema del tipo:

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j^f \ \mathrm{X}_\mathrm{j} \qquad (1)$$

Sujeta a:

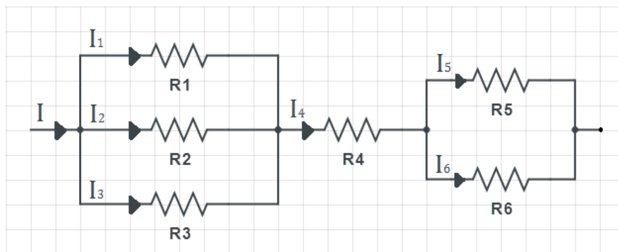
$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}^f \ \mathrm{X}_\mathrm{j} \leq \mathrm{f} \ \mathrm{b}_\mathrm{i}^\mathrm{f} \qquad (2)$$

3.2 Métodos de solución del modelo general de Programación Lineal Difusa

Los principales modelos para solución de problemas de Programación Lineal Difusa son Aproximación de Tanaka, Aproximación de Zimmermann, Aproximación Paramétrica, Aproximación Multiobjetivo, Aritmética Intervalar, Aproximación Posibilística, Aproximación por Reducción Estratificada a Trozos, Método de Jain, Primer Indice de Yager, Segundo Indice de Yager, Tercer Indice de Yager, Relación de Adamo, Indice Promedio, Indice de Chang, Grado de Posibilidad de Dominancia, Grado de Necesidad de Dominancia, entre otros.

3.3 Aplicación Eléctrica

En el siguiente circuito eléctrico tenemos que la caida de potencial es $I_1 = 2$; $I_2 = 5$; $I_3 = 7$ e $I_5 = 9$; suponemos que la caída de potencial en cada resistencia debe estar entre 2 y 15 voltios. Plantear un modelo para minimizar la potencia total disipada.



Variables reales:

I_i: corriente en amperios que circula por la resistencia i; V_i: caida de potencial en voltios en la resistencia i; R_i: resistencia i en ohmnios; i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Aplicando las leyes de Kirchoff, se tiene: $V_1 = V_2 = V_3 = V_A$; $V_5 = V_6 = V_B$.

Además $I_1 + I_2 + I_3 = I_4 = 14$; $I_5 + I_6 = I_4 = 14$. Recordemos la ley de Ohm: $V_i = I_i R_i$; la potencia total disipada: $R_i = I_i^2$.

3.2 Planteamiento del Problema

$$\text{MIN } W = 4 R_1 + 25 R_2 + 49 R_3 + 196 R_4 + 81 R_5 + 25 R_6$$

sujeta a las siguientes restricciones:

$$V_A – 2 R_1 = 0$$

$$V_A – 5 R_2 = 0$$

$$V_A - 7\,R_3 = 0$$

$$V_A - 14\,R_4 = 0$$

$$V_B - 9\,R_5 = 0$$

$$V_B - 5\,R_6 = 0$$

$$V_A \geq F_1$$

$$V_A \leq F_2$$

$$V_4 \geq F_1$$

$$V_4 \leq F_2$$

$$V_B \geq F_1$$

$$V_B \leq F_2$$

$$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, V_A, V_4, V_B \geq 0$$

$$F_1(R) = \begin{cases} 1 & \text{cuando} \quad R \leq 1 \\ \dfrac{2 - R}{5} & \text{cuando} \quad 1 < R \leq 2 \\ 0 & \text{cuando} \quad R > 2 \end{cases}$$

$$F_2(R) = \begin{cases} 1 & \text{cuando} \quad R \leq 10 \\ \dfrac{15 - R}{5} & \text{cuando} \quad 10 < R \leq 15 \\ 0 & \text{cuando} \quad R > 15 \end{cases}$$

4. Conclusiones

Es importante observar en el desarrollo de las aplicaciones se observa el tratamiento de la certeza; además la incertidumbre es trabajada dentro del modelo, con su correspondiente estocasticidad y al encontrar soluciones, podemos observar la estabilidad del modelo al comprender su estructura compacta.

En este artículo se han explicitado los elementos que constituyen la Programación Lineal Continua y la Programación Lineal Difusa, a partir de los cuales es relevante la comparación entre los modelos determinísticos y los estocásticos. Le corresponderá al tomador de decisiones la implementación de la solución, pero es importante entender que con la exactitud de la respuesta nos brindará una confianza en el trabajo con modelos.

Agradecimientos

Los autores presentamos nuestros más sinceros agradecimientos a la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, a la Universidad Escuela Colombiana de Carreras Industriales (ECCI), por su apoyo para la realización del presente trabajo.

Bibliografía

- BOSS V. (2010) Lecciones de Matemática Optimización Tomo 7. Editorial URSS. Moscú.
- CADENAS F. J. M. / Verdegay G. J. L. (1999) Modelos de Optimización con Datos Imprecisos, Murcia: Universidad de Murcia.
- HILLIER Frederick S. / Lieberman Gerald J. (2015) Operations Research. Mc Graw-Hill. New York. E.U.A. 2015.
- KAUFMANN A. / Gil A. J. (1990) Las Matemáticas del Azar y de la Incertidumbre, Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces (CERASA).
- PEREZ López César. (2013) Investigación Operativa Técnicas y Herramientas. Garceta Grupo Editorial. Madrid. España.
- SARABIA Viejo Angel. La Investigación Operativa. Universidad Pontificia Comillas (ICAI – ICADE). Madrid. 1996.
- WINSTON Wayne L. / Venkataramanan Munirpallan. Introduction to Mathematical Programming. Brooks / Cole CENGAGE Learning. U. S. A. 2003.
- ZHAO R. / Govind R / Fan G. (1992) “The complete decision set of the generalized symetyrical fuzzy linear programming problem” Fuzzy Sets and Systems 1992; 51: 53-65.