



## SIMPOSIO INTERNACIONAL DE INDUSTRIA

### Cálculo de parámetros de mecánica de la fractura empleando la simulación mediante elementos finitos

#### *Calculation of fracture mechanics parameters using finite element simulation*

Juan Alberto Pozo-Morejón<sup>1</sup>, Alejandro Duffus Scott<sup>2</sup>,

Luis Ángel Camacho Duménigo<sup>3</sup>, Yordan Silverio Sardiñas<sup>4</sup>

1, 2, 3, 4- Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba. [jpozo@uclv.edu.cu](mailto:jpozo@uclv.edu.cu)

#### **Resumen:**

Se implementa y valida el cálculo del Factor de Intensidad de Tensiones y la Integral J en piezas agrietadas empleando la simulación por elementos finitos y los métodos de "extrapolación de desplazamientos", "integral de domino" e "integral de interacción", con modelos en 2D y 3D. En todos los casos abordados el error de los resultados que brindan los modelos de elementos finitos, respecto a los obtenidos por soluciones analíticas conocidas, no supera el 3 % para los modelos bidimensionales y el 7 % para los tridimensionales. Lo anterior permite considerar validada la implementación de dicho cálculo y posibilita extender, en el futuro, su empleo a la determinación de los parámetros de mecánica de la fractura a construcciones y equipos que presenten agrietamiento en servicio.

#### **Abstract:**

*The Stress Intensity Factor and the J Integral calculation in cracked pieces is implemented and validated using finite element simulation and the "displacement extrapolation", "domain integral" and "interaction integral methods", with 2D and 3D models. In all the cases, the results error provided by the finite element models with respect to those obtained by known analytical solutions, does not exceed 3 % for the two-dimensional models and 7 % for the three-dimensional ones. The calculation implementation is considered validated and makes it possible to extend, in the future, its use to the fracture mechanics parameters determination to constructions and equipment that present cracking in service.*



**Palabras Clave:** Mecánica de la Fractura; Factor de Intensidad de Tensiones; Integral J; Simulación Numérica.

**Keywords:** *Fracture Mechanics; Stress Intensity Factor; J Integral; Numerical Simulation.*

## **1. Introducción**

El factor de intensidad de tensiones, "FIT" o "K", se emplea en la mecánica de la fractura para caracterizar el estado de tensiones cerca de la punta de una grieta, causada por cargas remotas. Este factor constituye un concepto teórico usualmente aplicado a materiales isotrópicos con comportamiento lineal-elástico, que es empleado para suministrar criterios de fallas en materiales frágiles, aunque puede extenderse a aquellos que presentan deformación plástica a pequeña escala en la punta de grieta.

Con vistas a modelar el comportamiento elasto-plástico de los materiales, en mecánica de la fractura, se introdujo el concepto de integral de contorno, conocido como "Integral J". La Integral J es un concepto más abarcador, ya que se aplica tanto para materiales con comportamiento lineal-elástico isotrópico, como plástico isotrópico.

A pesar de que en la actualidad existen cientos de expresiones matemáticas para el cálculo del FIT, en geometrías determinadas, la mayoría de los problemas industriales que se presentan no pueden ser resueltos mediante estas, por la diversidad de geometrías, sistemas de cargas y tipos de discontinuidades que aparecen. El análisis por elementos finitos (AEF), es una herramienta computacional que ha ganado en popularidad a partir de las décadas de los 80 y 90 del pasado siglo, que resulta de mucha utilidad para ejecutar el cálculo del FIT y la Integral J en prácticamente cualquier caso que se presente.

El empleo del AEF para determinar los parámetros de mecánica de la fractura puede permitir arribar a resultados precisos o no, en dependencia de la calidad del modelo establecido. En este contexto, el presente trabajo se propone como objetivo implementar y validar el cálculo del FIT y la integral J a través de los métodos de extrapolación de desplazamientos, integral de dominio y de integral de interacción, mediante la modelación por elementos finitos de problemas de piezas fisuradas en 2D y 3D.



## 2. Metodología

En este epígrafe se exponen los aspectos fundamentales considerados durante la implementación del cálculo de los parámetros de mecánica de la fractura: la Integral J y el FIT.

### 2.1.- Expresiones analíticas para el cálculo del FIT

En la literatura se reportan expresiones analíticas para el cálculo del FIT en geometrías conocidas. Una de estas expresiones es la ofrecida en la norma ASTM E 647-00 para el cálculo del FIT en una probeta compacta, con geometría como la que se muestra en la Figura 1 (Anderson, 2005; ASTM, 2000).

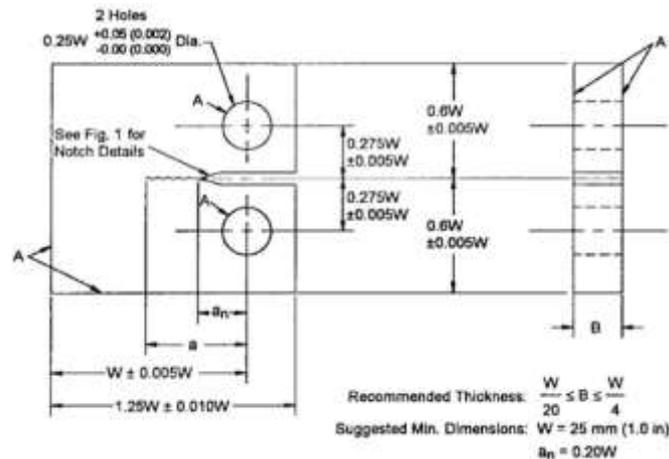


Figura 1. Geometría de probeta compacta según ASTM E 647-00 (ASTM, 2000).

$$K_I = \frac{P \cdot (2 + \alpha)}{B \cdot W^{1/2} \cdot (1 - \alpha)^{3/2}} \cdot (0,886 + 4,64 \cdot \alpha - 13,32 \cdot \alpha^2 + 14,72 \cdot \alpha^3 - 5,6 \cdot \alpha^4) \quad (1)$$

Donde: “P” representa la fuerza aplicada; “B” el espesor de probeta; “W” la distancia desde el centro de los agujeros hasta el borde de la misma; “α” una relación  $\alpha = a/W$ ; “a” la distancia del centro de los agujeros hasta la punta de la grieta.

Anderson (2005) ofrece una expresión analítica para determinar el FIT en una placa plana, de dimensiones finitas, con una grieta semielíptica superficial (Figura 2). Para el caso particular de una placa con grieta semicircular ( $a = c =$  radio de grieta), sometida solo a una tensión de membrana de tracción, la expresión se reduce a la que se expone a continuación.

$$K_I = \sigma_m \cdot \left( \frac{\pi \cdot a}{2,464} \right)^{1/2} \cdot \left[ 1,04 + 0,201667 \left( \frac{a}{t} \right)^2 - 0,106061 \left( \frac{a}{t} \right)^4 \right] \cdot \left[ \sec \left( \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot W} \left( \frac{a}{t} \right)^{1/2} \right) \right]^{1/2} \cdot \left\{ 1 + \left[ 0,1 + 0,35 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right] (1 - \text{sen} \varnothing)^2 \right\} \quad (2)$$



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

Donde:  $\sigma_m$  representa una tensión aplicada de tracción; "a" el radio de grieta; "t" el espesor de probeta; "W" el semiancho de la misma; "Ø" la posición angular del punto de interés en radianes (Figura 2).

Las expresiones 1 y 2 tienen relevancia en el presente trabajo ya que los resultados del FIT obtenidos mediante la simulación por elementos finitos, de las respectivas geometrías de piezas, serán validados contra los resultados que dichas expresiones arrojan.

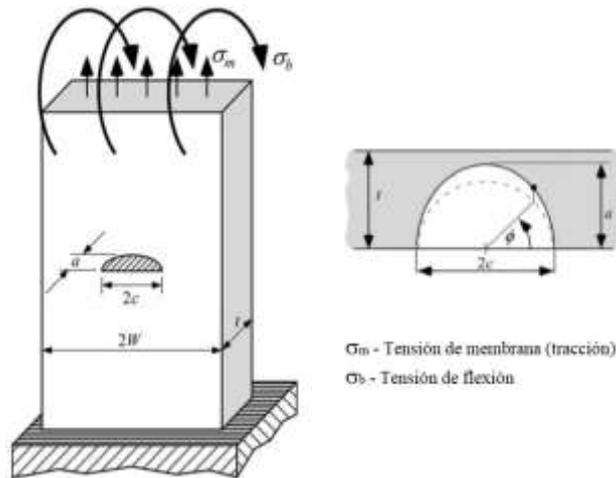


Figura 2. Placa plana con dimensiones finitas y grieta semielíptica superficial central (Anderson, 2005).

## 2.2.- Sobre el mallado del modelo

Producto del elevado gradiente en los campos de tensiones y deformaciones en la punta de la grieta, la malla se debe refinar cerca de ella. Para obtener resultados razonables, la primera fila de elementos alrededor de la punta de la grieta debe ser de elementos singulares, con los nodos medios colocados a  $\frac{1}{4}$  de la dimensión del lado. Estos deben tener un radio de aproximadamente  $a/8$  o menor, donde "a" es la longitud de la grieta. En la dirección circunferencial, se recomienda, aproximadamente, un elemento cada  $30^\circ$  o  $40^\circ$ . Los elementos de la punta de la grieta no deben distorsionarse y deben tomar la forma de triángulos isósceles. El comando KSCON del preprocesador genera automáticamente elementos singulares alrededor del *keypoint* especificado, en modelos 2D, aunque no está disponible para modelos 3D. Otros campos del comando le permiten controlar el radio de la primera fila de elementos, el número de elementos en la dirección circunferencial y más (ANSYS, 2017).

El tipo de elemento recomendado para un modelo de fractura 2D es el PLANE183, cuadrático de 8 nodos. Para los modelos 3D se recomienda el SOLID186, elemento



ladrillo de 20 nodos (ANSYS, 2017). En subepígrafe 2.5 se exponen los pasos para obtener las mallas.

### **2.3.- Cálculo de FIT a partir de la Integral J**

El programa calcula la integral J en la fase de solución del análisis, basado en el método de integral de dominio, a partir del comando CINT, y luego almacena el valor en el archivo de resultados. La aplicación de CINT requiere los siguientes pasos, que se ejemplifican con los comandos usados en este trabajo (ANSYS, 2017).

- Paso 1: Iniciar un nuevo cálculo de Integral J.

CINT,NEW,1            (declara nuevo análisis)

- Paso 2: Definir la información de la grieta. Definir el componente del nodo de la punta de la grieta y la normal del plano de la grieta.

CINT,NAME,CRACKTIP

CINT,NORM,0,2        (define como normal al eje "y" del sist. coord. cartesiano)

- Paso 3: Especificar el número de contornos.

CINT,NCON,6         (especifica 6 contornos de integración)

- Paso 4: Definir una condición de simetría de fisuras.

CINT,SYMM,ON        (declara condición de simetría en el plano de la grieta)

Para la condición de deformación plana existe una relación entre  $J_I$  y  $K_I$ , para un modelo de material lineal-elástico, que permite calcular este segundo parámetro a partir del primero (Anderson, 2005).

$$K_I = \left( \frac{E \cdot J_I}{1 - \nu^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

donde "E" representa el Módulo de elasticidad del material;  $\nu$  el coeficiente de Poisson.

### **2.4.- Cálculo de FIT directamente**

El cálculo del FIT se puede realizar directamente a través del método de integral de interacción y el empleo del mismo comando CINT. Los pasos son prácticamente los mismos expuestos en subepígrafe anterior.

CINT,NEW,1            (declara nuevo análisis)

CINT,TYPE,SIFS        (define tipo de cálculo a realizar-FIT)

CINT,CTNC,CRACKTIP,NODOCARAGRIETA

(define componente de nodo en la punta de grieta y nodo en la cara de esta)



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

CINT,NORM,0,2 (define como normal al eje "y" del sist. coord. cartesiano)

CINT,SYMM,ON (declara condición de simetría en el plano de la grieta)

CINT,NCON,6 (especifica 6 contornos de integración)

El cálculo de  $K_I$  también se puede realizar a partir del método de extrapolación de desplazamientos y el comando KCALC en la fase de posprocesamiento, empleando los siguientes pasos.

- Paso 1: Define un camino a lo largo de la cara de la grieta

El primer nodo de la ruta debe ser el nodo de la punta de la grieta. Para un modelo de media fisura, se requieren dos nodos adicionales, ambos a lo largo de la cara de la fisura.

PATH,KI,3,, (define nombre de trayectoria, número de puntos de esta, 3)

PPATH,1,100 (define nodos en trayectoria, el primero coincide con la punta de grieta)

PPATH,2,107

PPATH,3,106

- Paso 2: Calcular  $K_I$ .

KCALC,0,1,0,0 (define deformación plana, número de material, condición de simetría y que no entregue los desplazamientos locales)

Este método exige elementos singulares alrededor de la punta de grieta y una malla fina en la zona cercana a esta, a diferencia de los primeros dos métodos que emplean integración de área o volumen, donde esto no es indispensable para obtener buenos resultados.

## **2.5.- Casos analizados para la determinación del FIT empleando la simulación mediante elementos finitos**

### **2.5.1.- Caso No. 1-Determinación del FIT en probeta compacta mediante simulación en 2D**

Como caso de análisis No. 1 se decidió determinar el FIT en una "Probeta Compacta", con geometría según norma ASTM E 647-00 (ASTM, 2000), empleando un modelo de elementos finitos bidimensional. Para el modelo geométrico a construir se tomaron arbitrariamente las dimensiones mostradas en Figura 3, con una dimensión "W" de 100 mm, de la que se derivan las demás. Como espesor "B" de probeta se asumió 10 mm. La dimensión "a" se varió entre 30 y 60 mm (que representa una variación de la longitud



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

de grieta entre 10 y 40 mm). Como propiedades del material se tomó un módulo de Young de 210 GPa, y un coeficiente de Poisson de 0.3.

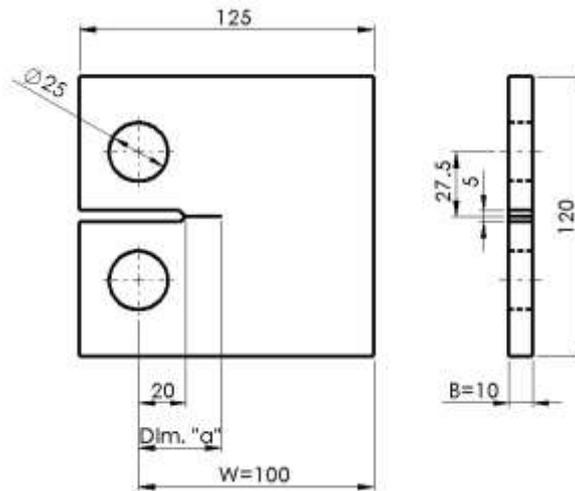


Figura 3. Dimensiones de probeta compacta.

Arbitrariamente se aplicó una fuerza (F) de 7000 N, que se introduce al modelo 2D como carga aplicada por unidad de espesor (esto equivale a  $7000 \text{ N} / 0.010 \text{ m} = 700\,000 \text{ N/m}$ ). Esto se realiza porque se modela en condición de “deformación plana”. Se modeló la mitad superior de la probeta aprovechando la simetría geométrica y de carga aplicada. Se declaró una restricción de desplazamiento en el eje “Y” con “simetría” sobre la línea en el eje de simetría de la probeta, exceptuando la parte que corresponde a la grieta, donde no existe continuidad del material. Se restringió el desplazamiento sobre el eje “X”, del vértice inferior derecho (Figura 4). De esta manera se garantiza la libre deformación de la probeta y se restringe su traslación y rotación como un “sólido rígido”, lo que evita errores en la corrida.

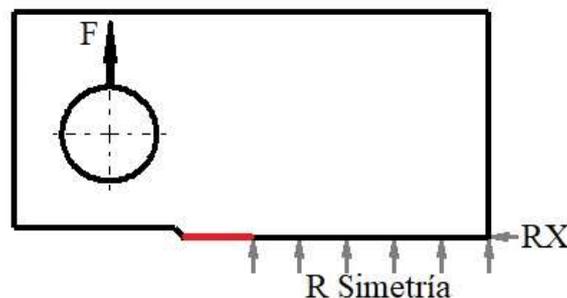


Figura 4. Condiciones de frontera del modelo de probeta compacta 2D.

La malla se construyó con ocho elementos singulares pequeños, de dimensión 1 mm, alrededor de la punta de la grieta y en el resto del modelo se emplearon elementos cuadriláteros, que se hacen más bastos a cierta distancia. Se emplea el tipo de elemento



PLANE183, cuadrilátero de 8 nodos. La creación de los elementos singulares alrededor de la punta se realiza de manera automática, empleando el comando KSCON (Figura 5). Los resultados se muestran en epígrafe No. 3.

Modo de empleo del comando: KSCON,4,0.001,1,8,1, (indica *keypoint* 3, 0,001 m de dimensión radial de elemento singular, ubica nodos a  $\frac{1}{4}$  de dimensión del lado, 8 de elementos en dirección circunferencial y 1 como razón de dimensiones de la segunda fila de elementos respecto a primera).

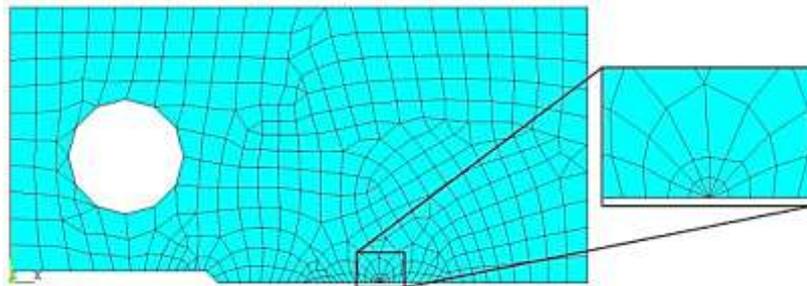


Figura 5. Malla de probeta compacta 2D, con "tela de araña" en punta de grieta.

### 2.5.2.- Caso No. 2-Determinación del FIT en probeta compacta mediante simulación en 3D

Se decidió, además, determinar el factor de intensidad de tensiones a través de los "métodos de integral de dominio" y de "integral de interacción", para el caso de una Probeta Compacta, con las mismas dimensiones y condiciones del subepígrafe 2.5.1, pero modelando en 3D. Al igual que en epígrafe anterior, se modeló la mitad superior de la probeta, aprovechando la simetría geométrica y de carga. Se construyó un modelo geométrico 3D (ver Figura 6). Como condiciones de frontera, se aplicó sobre dos *keypoint* en la parte superior del agujero la mitad de la fuerza de 7000 N. Se declaró además una restricción de desplazamiento en el eje "Y", declarando condición de "simetría" sobre el área de simetría del modelo, exceptuando el área que corresponde a la grieta. Se restringió el desplazamiento sobre el eje "X", de dos de las aristas inferiores del modelo y se restringió el desplazamiento sobre el eje "Z", en una de estas aristas. De esta manera se garantiza la libre deformación de la probeta y se restringe su traslación y rotación como un "sólido rígido".



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

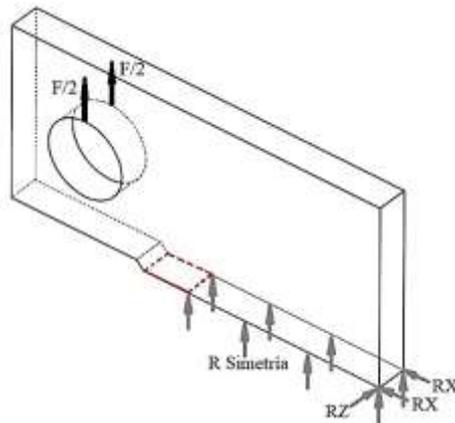


Figura 6. Condiciones de frontera del modelo de probeta compacta 3D.

Para el mallado se parte de crear el área de la superficie frontal de la probeta compacta en 2D, similar al subepígrafe anterior. Se construyó un área semicircular, con centro en la punta de la grieta, luego se malló esta área con ayuda del comando KSCON, que genera automáticamente elementos singulares alrededor de dicha punta, empleando elementos PLANE183. En este caso se crearon 6 elementos singulares alrededor de la punta, con dimensión de 1 mm. Luego el resto del área de la probeta, fuera del semicírculo, se malla con elementos cuadriláteros PLANE183, que se hacen mas bastos en las zonas mas alejadas de la punta de grieta. Luego para obtener el modelo 3D, solo se extruyen estas áreas, en dirección perpendicular, declarando el espesor de probeta, como magnitud de extrusión; en este paso se forma la malla con elementos hexaédricos SOLID186 (Figura 7). Finalmente se seleccionan y eliminan de la malla los elementos bidimensionales. Es importante resaltar que el comando KSCON, no es aplicable a modelos tridimensionales, lo que constituye una importante limitante, que obliga a la realización de los pasos anteriores. Los resultados se muestran en epígrafe No. 3.

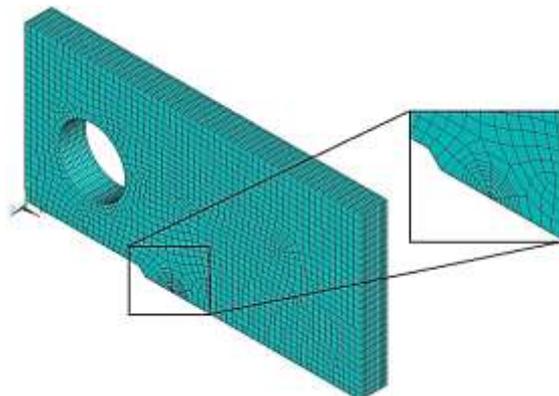


Figura 7. Mallado de probeta compacta en 3D, con "tela de araña" en frente de grieta.



### 2.5.3.- Caso No. 3-Determinación del FIT en placa con grieta semiesférica superficial mediante simulación en 3D

Como caso de análisis No. 3 se decidió determinar el factor de intensidad de tensiones para una placa con una grieta superficial semicircular, sometida a una tensión uniforme de tracción, como se muestra en la Figura 8. Como propiedades mecánicas del material se asumieron un módulo de Young de 210 GPa y coeficiente de Poisson de 0,3. Como dimensiones se asumió un semiancho de probeta (W) de 300 mm y un espesor (t) de 40 mm. Se aplicó arbitrariamente una tensión de tracción uniforme ( $\sigma$ ) de 150 MPa. Se consideró una geometría de grieta semicircular superficial con radios (a = c) de 10, 20 y 30 mm.

Se modeló solo la mitad de la placa, aprovechando la condición de simetría geométrica y de cargas. La Figura 8 muestra las dimensiones generales y condiciones de frontera impuestas al modelo. Se aplicó una restricción de desplazamiento en eje "y", sobre el área de la sección transversal central, excluyendo el área que abarca la semicircunferencia de la grieta, ya que en ella se pierde la continuidad del material, declarando una condición de simetría. Se declaran, además, restricciones de desplazamiento en "x" en dos vértices de esta sección transversal y restricción de desplazamiento en "z" en uno de estos. De esta manera se garantiza la libre deformación de la probeta y se restringe su traslación y rotación como un "sólido rígido", lo que evita errores en la corrida.

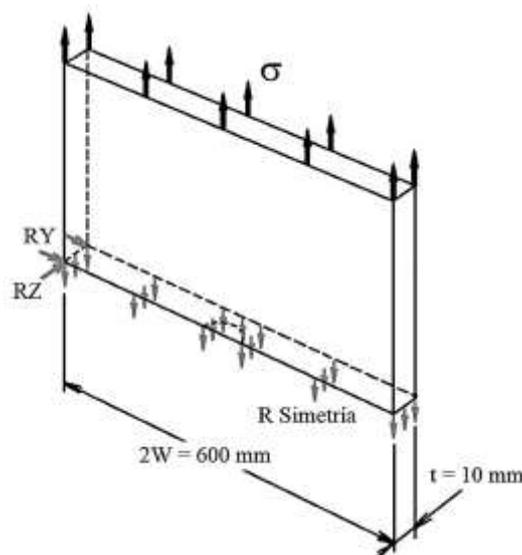


Figura 8. Dimensiones generales y condiciones de frontera impuestas al modelo de placa con grieta semiesférica superficial.



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

La malla se construyó desarrollando un cuarto de toro con mallado del tipo “tela de araña”, con elementos singulares alrededor del frente de grieta circunferencial, como se muestra en Figuras 9 y 10. La porción de toro se malló empleando elementos hexaédricos y el resto del modelo mediante elementos tetraédricos. Para el mallado del cuarto de toro se siguieron los siguientes pasos: se construyó un área semicircular, con centro en la punta de la grieta, luego se malló esta área con ayuda del comando KSCON, que genera automáticamente elementos singulares alrededor de dicha punta, empleando elementos PLANE183, se extruyó esta área semicircular siguiendo la trayectoria de una semicircunferencia, construida en plano perpendicular a dicha área inicial, con radio igual al de la grieta (en este paso se forma la malla con elementos hexaédricos SOLID186) y finalmente se seleccionan y eliminan de la malla los elementos bidimensionales. Precisamente la mayor dificultad en la elaboración de este tipo de modelo de elementos finitos en 3D radica en la construcción de este tipo de malla, ya que en modelos tridimensionales no funciona el comando que automatiza la construcción de malla en la punta de la grieta KSCON. Los resultados se muestran en epígrafe No. 3.

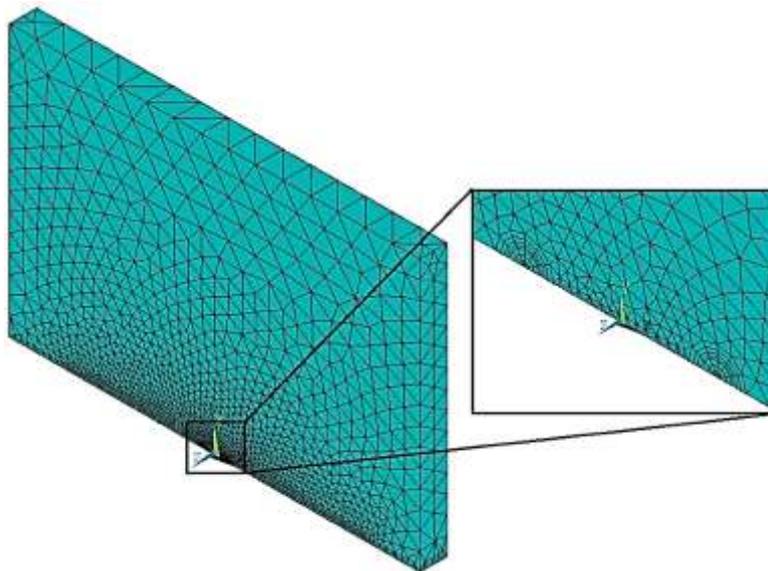


Figura 9. Malla de placa con grieta superficial semicircular.

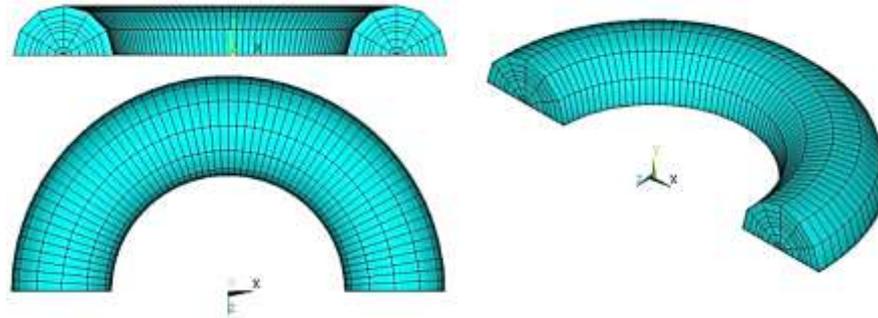


Figura 10. Cuarto de toro mallado con elementos singulares alrededor del frente de grieta semicircular.

### 3. Resultados y discusión

#### 3.1.- Resultados del FIT determinados mediante simulación por elementos finitos en probeta compacta modelada en 2D, caso No. 1

Las Figuras 11 y 12 muestran la malla deformada y la concentración de tensiones que ocurre en la punta de la grieta. Como durante la simulación se emplea un modelo de material lineal elástico, esto provoca que se sobredimensione el valor de la tensión máxima que se produce en la punta de la grieta, ya que no ocurre la relajación por deformación plástica local del material. En la realidad esta relajación ocurre en materiales elastoplásticos cerca de la punta de la grieta cuando la tensión supera el límite de fluencia del material.

La tabla 1 resume los resultados del cálculo del FIT a través de la expresión analítica (1) y del modelo de elementos finitos, y los métodos de extrapolación de desplazamientos, integral de dominio e integral de interacción. Se calculó el FIT para varios valores de dimensión "a", que van desde 30 hasta 60 mm, ver Figura 3. Se obtuvo un valor de  $K_I$  de 12,44 a 12,45  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , para la grieta con dimensión "a" de 30 mm y de 30,17 a 31,31  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , para dimensión "a" de 60 mm.

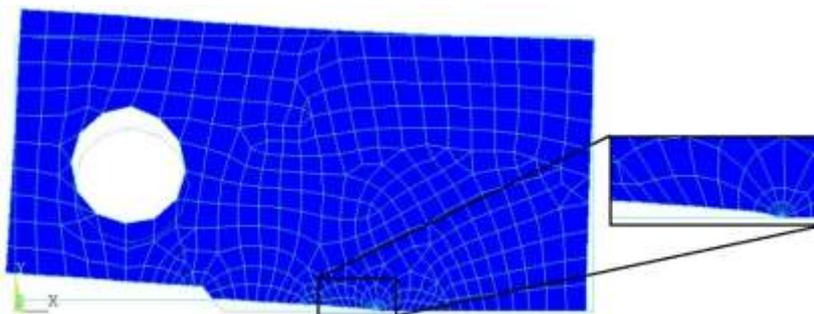


Figura 11. Malla deformada en la probeta compacta.



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

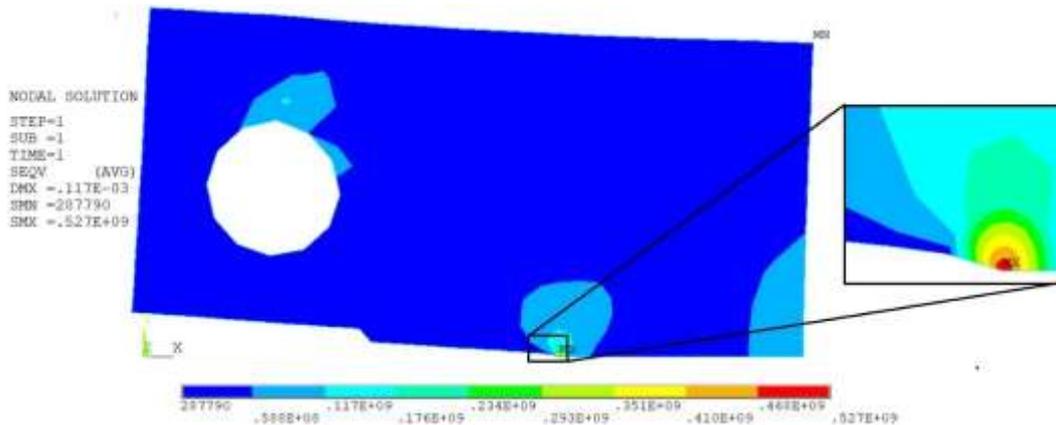


Figura 12. Campo de tensiones de Von Mises en probeta compacta. Se considera un modelo de material lineal elástico.

El máximo error relativo fue prácticamente el mismo tanto para el modelo y el método de integral de dominio, como para el método de integral de interacción, 2,1 %. Para el método de extrapolación de desplazamientos el máximo error es de 1,61 %. Ambos errores, inferiores al 3 %, garantizan la calidad y confiabilidad del modelo de elementos finitos bidimensional, y el empleo de los tres métodos de determinación del FIT. Se garantiza la calidad del mallado alrededor de la punta de grieta mediante el círculo mallado con el empleo del comando KSCON y elementos singulares alrededor de dicha punta.

"a" (mm)	$K_I$ Analítico <sup>1</sup> ( $Pa\sqrt{m}$ )	$K_I^2$ ( $Pa\sqrt{m}$ )	Error <sup>5</sup> (%)	$J^3$ ( $Pa\cdot m$ )	$K_I^3$ ( $Pa\sqrt{m}$ )	Error <sup>5</sup> (%)	$K_I^4$ ( $Pa\sqrt{m}$ )	Error <sup>5</sup> (%)
30	1,2456E+07	1,2439E+07	0,14	705,22	1,2450E+07	0,06	1,2439E+07	0,14
35	1,4179E+07	1,4163E+07	0,11	910,22	1,4144E+07	0,25	1,4143E+07	0,26
40	1,6171E+07	1,6181E+07	0,06	1177,17	1,6085E+07	0,53	1,6083E+07	0,54
45	1,8570E+07	1,8606E+07	0,20	1541,03	1,8403E+07	0,89	1,8402E+07	0,90
50	2,1577E+07	2,1684E+07	0,50	2065,08	2,1304E+07	1,26	2,1302E+07	1,27
55	2,5498E+07	2,5719E+07	0,87	2861,45	2,5078E+07	1,65	2,5075E+07	1,66
60	3,0814E+07	3,1312E+07	<b>1,61</b>	4141,45	3,0170E+07	<b>2,09</b>	3,0167E+07	<b>2,10</b>

Notas: 1.- Valor según expresión 1 publicada por ASTM E 647-00 (2000) y Anderson (2005)

2.- Según método de extrapolación de desplazamientos.

3.- Según método de integral de dominio.

4.- Según método de integral de interacción.

5.- Error relativo entre  $K_I$  determinado según expresión analítica y según modelos.

Tabla 1. Resultados de FIT e Integral J calculados para probeta compacta en 2D.



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

**3.2.- Resultados del FIT determinados mediante simulación por elementos finitos en probeta compacta modelada en 3D, caso No. 2**

La tabla 2 resume los resultados del cálculo del FIT a través de la expresión analítica (1) y del modelo de elementos finitos, y los métodos de integral de dominio y de integral de interacción. Se calculó el FIT para varios valores de dimensión "a", que van desde 30 hasta 60 mm, ver figura 3. Todos los modelos concuerdan en que el FIT es máximo en donde el frente de grieta coincide con el centro del espesor de la probeta y es menor en la superficie de la misma. Se obtuvo un valor máximo de  $K_I$  de 13,28  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , para la grieta con dimensión "a" de 30 mm y de 32,26  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , para dimensión "a" de 60 mm.

"a" (mm)	$K_I$ Analítico <sup>1</sup> ( $\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$ )	$J^2$ ( $\text{Pa}\cdot\text{m}$ )	$K_{I,J}^2$ ( $\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$ )	Error <sup>4</sup> (%)	$K_I^3$ ( $\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$ )	Error <sup>4</sup> (%)
30	1,245646E+07	636,26	1,211726E+07	2,72	1,193874E+07	4,16
		763,85	1,327683E+07	<b>6,59</b>	1,327660E+07	<b>6,58</b>
35	1,417887E+07	821,29	1,376690E+07	2,91	1,357145E+07	4,28
		989,36	1,511004E+07	6,57	1,510978E+07	6,57
40	1,617068E+07	1060,46	1,564354E+07	3,26	1,542924E+07	4,59
		1280,74	1,719175E+07	6,31	1,719145E+07	6,31
45	1,856950E+07	1386,03	1,788444E+07	3,69	1,764796E+07	4,96
		1677,56	1,967559E+07	5,96	1,967524E+07	5,95
50	2,157694E+07	1854,56	2,068759E+07	4,12	2,042400E+07	5,34
		2248,71	2,278011E+07	5,58	2,277969E+07	5,57
55	2,549814E+07	2564,59	2,432751E+07	4,59	2,403051E+07	5,76
		3115,47	2,681332E+07	5,16	2,681281E+07	5,16
60	3,081442E+07	3704,31	2,923767E+07	5,12	2,889998E+07	6,21
		4509,77	3,226014E+07	4,69	3,225950E+07	4,69

- Notas: 1.- Encima, valor en superficie de probeta; debajo, valor al centro del espesor.  
 2.- Valor según expresión 1 publicada por ASTM E 647-00 (2000) y Anderson (2005)  
 3.- Según método de integral de dominio.  
 4.- Según método de integral de interacción.  
 5.- Error relativo entre  $K_I$  determinado según expresión analítica y según modelos.

Tabla 2. Resultados de FIT e Integral J calculados para probeta compacta en 3D.

El máximo error relativo fue prácticamente el mismo tanto para el modelo y el método de integral de dominio, como para el de integral de interacción. El error relativo máximo resulta ser de 6,6 %, solo ligeramente superior al valor deseado de 5 %, pero que se considera adecuado ya que aún se aleja del 10 %, que en muchas consideraciones ingenieriles es aún aceptable. Sin embargo, se debe resaltar que el error máximo del cálculo del FIT, empleando este modelo de elementos finitos tridimensional, triplica el error obtenido empleando el modelo bidimensional.



De esta manera se garantiza la calidad y confiabilidad del modelo de elementos finitos tridimensional, y el empleo de los dos conocidos métodos de integración para determinar el FIT, a lo largo del frente de grieta. Se garantiza la calidad del mallado alrededor del frente de grieta mediante el cilindro construido, con el empleo de elementos singulares en el frente de la grieta.

### 3.3.- Resultados del FIT determinados mediante simulación por elementos finitos en probeta con grieta semiesférica superficial modelada en 3D, caso No. 3

Las Figuras 13 y 14 muestran la malla deformada en la cercanía de la grieta y la concentración de tensiones que ocurre en la punta de la misma.

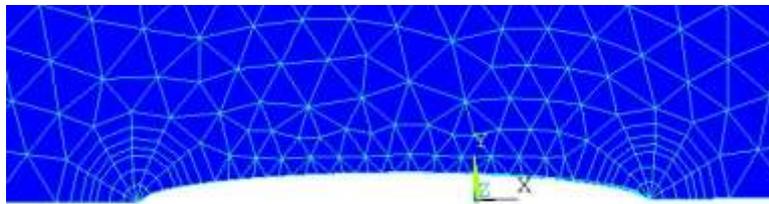


Figura 13. Malla deformada en la cercanía de la grieta semicircular.

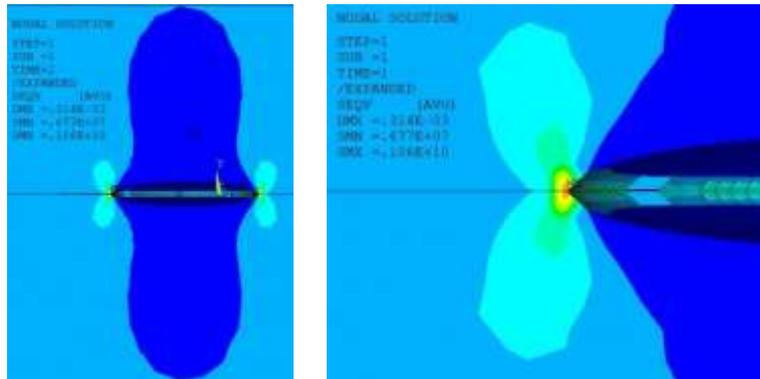


Figura 14. Campo de tensiones de Von Mises en superficie de probeta con grieta semicircular. Se considera un modelo de material lineal-elástico.

La tabla 3 resume los resultados del cálculo del FIT a través de la expresión analítica (2) y del modelo de elementos finitos, con los métodos de integral de dominio y de integral de interacción. Se calcula el FIT para tres radios del frente de grieta, 10, 20 y 30 mm; para cada dimensión de frente de grieta se calcula el FIT en cuatro ubicaciones ( $\Phi=0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ ), ver Figura 2. Todos los modelos concuerdan en que el FIT es máximo en el punto donde el frente de grieta toca la superficie de la placa ( $\Phi=0^\circ$ ) y disminuye en la medida que se recorre dicho frente hasta llegar al punto más alejado de dicha superficie ( $\Phi=90^\circ$ ). Se obtuvo un valor de  $K_I$  de 19,99 a 19,43  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , para la grieta de radio 10



**Título Convención 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA**  
**EMPLEANDO LA SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS**

mm, de 30,39 a 29,76 MPa√m, para radio de 20 mm y de 41,56 a 40,77 MPa√m, para radio 30 mm.

El error relativo resulta inferior a 3 % para el modelo y el método de integral de dominio, e inferior al 5 % para el método de integral de interacción. De esta manera se garantiza la calidad y confiabilidad del modelo de elementos finitos tridimensional, y el empleo de los dos conocidos métodos de integración para determinar el FIT, a lo largo del frente de grieta de geometría semiesférica. Se garantiza la calidad del mallado alrededor del frente de grieta mediante el toroide construido, con el empleo de elementos singulares.

Radio de grieta (mm)	$\phi^1$ (grados)	$K_I$ Analítico <sup>2</sup> (Pa√m)	$J^3$ (Pa·m)	$K_I^3$ (Pa√m)	Error <sup>5</sup> (%)	$K_I^4$ (Pa√m)	Error <sup>5</sup> (%)
10	0	1,999672E+07	1729,69	1,997895E+07	0,09	1,943491E+07	2,81
	30	1,836746E+07	1467,17	1,840046E+07	0,18	1,840354E+07	0,20
	60	1,786337E+07	1376,64	1,782376E+07	0,22	1,782710E+07	0,20
	90	1,782438E+07	1357,55	1,769975E+07	0,70	1,770311E+07	0,68
20	0	3,086986E+07	4001,54	3,038802E+07	1,56	2,975738E+07	3,60
	30	2,721422E+07	3264,95	2,744903E+07	0,86	2,745580E+07	0,89
	60	2,608316E+07	2970,77	2,618324E+07	0,38	2,618998E+07	0,41
	90	2,599567E+07	2891,78	2,583279E+07	0,63	2,583946E+07	0,60
30	0	4,280468E+07	7483,38	4,155640E+07	<b>2,92</b>	4,077321E+07	<b>4,75</b>
	30	3,545568E+07	5599,24	3,594623E+07	1,38	3,595505E+07	1,41
	60	3,318190E+07	4761,73	3,314907E+07	0,10	3,315708E+07	0,07
	90	3,300602E+07	4479,58	3,215196E+07	2,59	3,215899E+07	2,57

- Notas: 1.- Angulo de frente de grieta.  
 2.- Valor según expresión 2 publicada por Anderson (2005)  
 3.- Según método de integral de dominio.  
 4.- Según método de integral de interacción.  
 5.- Error relativo entre  $K_I$  determinado según expresión analítica y según modelos.

Tabla 3. Resultados de FIT e Integral J calculados para probeta con grieta semicircular superficial.

Se debe resaltar que, para los tres casos analizados en la variación del error relativo de  $K_I$  de los modelos de elementos finitos, respecto al valor analítico reportado en la literatura, solo influyeron la variación de las dimensiones de la grieta o de la probeta, como demuestran las tablas 1, 2, 3, pero no el valor de la carga o tensión aplicada sobre la misma. De este modo, el aumento o disminución del valor de la carga o tensión aplicada provoca el aumento o disminución de  $K_I$ , pero siempre el error relativo se mantuvo invariable.



#### **4. Conclusiones**

1. En todos los casos abordados, el error de los resultados del FIT que brindan los modelos de elementos finitos, respecto a los obtenidos por soluciones analíticas conocidas, no supera el 3 % para los modelos bidimensionales y el 7 % para los tridimensionales, lo que permite considerar validada la implementación de los mismos.
2. La mayor dificultad en la elaboración del modelo de elementos finitos de piezas fisuradas en 3D radica en la construcción de la malla tipo “tela de araña”, en el frente de grieta, ya que en modelos tridimensionales no funciona el comando que automatiza su construcción KSCON. Sin embargo, se logra aprovechar las ventajas de dicho comando, mallando primero un área semicircular en 2D, con centro en la punta de grieta, mediante elementos PLANE183, y luego esta se extruye para obtener la porción tridimensional de cilindro o toro mallado que se requiera, con elementos SOLID186. La extrusión se puede realizar perpendicularmente al área mallada o siguiendo una línea predefinida.
3. Se comprobó que en todos los casos analizados el aumento o disminución del valor de la carga o tensión aplicada, sobre el modelo de elementos finitos, provoca un aumento o disminución de valor de  $K_I$  calculado, pero siempre el error relativo se mantiene invariable respecto a la solución analítica.
4. Se propone extender el estudio de la determinación de los parámetros de mecánica de la fractura, mediante análisis por elementos finitos, a materiales con comportamiento elasto-plástico y a piezas de la industria con geometrías complejas.

#### **5. Referencias bibliográficas**

1. Anderson, T. L. (2005). “Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications”. Third Edition. Taylor & Francis Group. Boca Raton, London, New York, Singapore. ISBN-13:978-1-4200-5821-5.
2. ANSYS INC. (2017). “ANSYS Help”.
3. ASTM International (2000). “ASTM E 647-00. Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates”. United States.