

# SIMPOSIO INTERNACIONAL DE CONSTRUCCIONES

# Estudios preliminares para la calibración del modelo computacional de la torre atirantada "Santa Cruz del Norte"

# Pretest analysis for the model updating of guyed mast "Santa Cruz del Norte"

Bruno J. Clavelo Elena <sup>1</sup>; Patricia Martín Rodríguez <sup>2</sup>; Kristof Maes <sup>3</sup>; Geert Lombaert <sup>4</sup>; Vivian B. Elena Parnás <sup>5</sup>

- 1. Bruno J. Clavelo Elena. Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría" CUJAE, Cuba. E-mail: brunoclaveloe@civil.cujae.edu.cu.
- 2. Patricia Martín Rodríguez. Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría" CUJAE, Cuba. E-mail: patriciamr@civil.cujae.edu.cu.
- 3. Kristof Maes. Catholic University of Leuven, Belgium. E-mail: kristof.maes@kuleuven.be
- 4. Geert Lombaert. Catholic University of Leuven, Belgium. E-mail: geert.lombaert@kuleuven.be
- 5. Vivian B. Elena Parnás. Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría" CUJAE, Cuba. E-mail: vivian@civil.cujae.edu.cu.

**Resumen:** Las torres atirantadas son parte vital de la infraestructura para la transmisión de señales de radio y televisión. Por su esbeltez, ligereza y la presencia de cables, estas estructuras son particularmente susceptibles a las cargas de viento, lo cual ha ocasionado varios colapsos en las últimas décadas que evidencian la necesidad de profundizar en el estudio de los modelos computacionales y de carga de viento empleados para su diseño. En este trabajo se realizan estudios preliminares para la calibración del modelo computacional a través de la técnica de Análisis Modal Operacional (OMA) de una torre atirantada de 80 m de altura, ubicada en Santa Cruz del Norte. Los estudios preliminares consisten en la determinación de la cantidad y posición óptima de los sensores necesarios para identificar las características modales de la torre; un estudio de sensibilidad para determinar la influencia de la tensión inicial en los cables, la presencia de antenas, las condiciones de apoyo y el coeficiente de amortiguamiento en las características modales identificadas y por último se realiza la validación de la configuración de sensores propuesta a partir del procesamiento de la respuesta de aceleración obtenida de un análisis dinámico dominio del tiempo bajo carga de viento no extrema. La configuración obtenida está conformada por 24 acelerómetros y 6 galgas extensiométricas que permiten la identificación de las características dinámicas de la torre atirantada objeto de estudio.



Abstract: Cable-stayed towers are a vital part of the infrastructure for the transmission of radio and television signals. Due to their slenderness, light weight and the presence of cables, these structures are particularly susceptible to wind loads, which has caused several collapses in recent decades, evidencing the need to deepen the study of computational and wind load models employed for their design. In this work, preliminary studies are carried out using the Operational Modal Analysis (OMA) technique to update the computational model of an 80 m high cable-stayed tower, located in Santa Cruz del Norte. Preliminary studies consist of determining the quantity and optimal position of the sensors necessary to identify the modal characteristics of the tower; a sensitivity study to determine the influence of the initial tension in the cables, the presence of antennas, the support conditions and the damping coefficient in the identified modal characteristics and finally the validation of the proposed sensor configuration is performed from the processing of the acceleration response obtained from a dynamic time domain analysis under non-extreme wind load. The configuration obtained is made up of 24 accelerometers and 6 strain gauges that allow the identification of the dynamic characteristics of the cable-stayed tower under study.

**Palabras clave:** Análisis Modal Operacional; Elementos Finitos; Dinámica; Torres atirantadas; Cables; Calibración de modelos.

*Keywords:* Operational Modal Analysis; Finite Elements; Dynamics; Guyed masts; Guys; Model updating.

### 1. Introducción

Las torres atirantadas de telecomunicación juegan un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna. Por su esbeltez, bajo peso y comportamiento no lineal, son altamente sensibles a la acción de las cargas dinámicas del viento. En los últimos años Cuba ha sufrido el paso de numerosos huracanes y otros fenómenos meteorológicos a gran escala, provocando la falla total o parcial de varias torres de telecomunicaciones. Varios estudios realizados en Cuba, [1, 2] han demostrado que dentro de las estructuras colapsadas, los mástiles atirantados representan aproximadamente 80% del total, lo que evidencia las incertidumbres aún latentes en su proceso de diseño y cálculo. Entre los principales factores que causan tales incertidumbres se encuentra la discrepancia entre la estructura real y los modelos numéricos utilizados para el diseño y el cálculo. Esta área ha sido un campo de creciente atención en las últimas décadas, [3–5] lo cual ha conllevado al desarrollo y popularización de las técnicas para identificar la respuesta dinámica de estructuras y actualizar los modelos computacionales a partir de los parámetros modales identificados, generalmente frecuencias o períodos de oscilación, desplazamientos modales o razones de amortiguamiento. Tales procedimientos, como el Análisis Modal Operacional (OMA, por sus siglas en inglés), se basan en la estimación de dichos parámetros modales a partir de datos de vibración medidos mediante sensores (acelerómetros, galgas extensométricas) colocados en la estructura.

Algunos investigadores [6, 7], han realizado estudios para evaluar la respuesta estructural de torres atirantadas utilizando la respuesta medida. Saudi [6], realiza el estudio de una torre de telecomunicaciones de sección cuadrada de 90 m de altura, ubicada en Egipto. El autor propone una configuración de sensores formada por un total de 16 Grados de Libertad (GDL) medidos, distribuidos equitativamente



en las alturas de 10.0 m y 19.0 m. Esta configuración permite identificar las frecuencias naturales de seis modos de flexión y los dos primeros modos de torsión, pero la pobre distribución espacial de los GDL medidos no permite la representación de las formas modales. Más recientemente, Amiri, [7] estudia un mástil arriostrado de 9.1 m de altura en Austria, con una sección transversal triangular equilátera. En este caso se propone una distribución casi uniforme de los sensores en altura, con un total de 12 GDL medidos en una única configuración. Este diseño permite al autor identificar las frecuencias de oscilación y medir el movimiento general de la estructura, logrando así una identificación más completa del sistema.

Si bien los mástiles arriostrados y su comportamiento dinámico ha sido un campo activo de investigación en la ingeniería civil moderna, aún existen muy pocas incursiones en el estudio de su comportamiento dinámico a partir del empleo de técnicas OMA, y menos aún en la estimación de configuración de sensores necesaria para identificar adecuadamente los parámetros modales del sistema. El uso de sensores suele estar limitado por la cantidad de recursos disponibles para la medición, por lo que es necesaria una definición previa de la posición y el número óptimo de sensores requeridos para garantizar una información coherente que proporcione datos suficientes para lograr la identificación del sistema analizado [8]. Este procedimiento, denominado comunmente análisis o estudio preliminar, se realiza generalmente empleando el modelo computacional y la información de la estructura disponibles a priori, para estudiar los modos de oscilación y las características dinámicas. Sin embargo, el comportamiento dinámico de los modelos analíticos puede diferir de la respuesta real de la estructura. En el caso de las torres atirantadas, esta diferencia se ve agravada debido a su comportamiento no lineal, ya que pequeños cambios de masa, rigidez o amortiguamiento en la estructura pueden generar grandes variaciones en la respuesta dinámica del sistema.

Los cambios en las propiedades dinámicas de las torres de telecomunicaciones de mástiles arriostrados no son inusuales, ya que la cantidad total y la posición de las antenas instaladas en cada estación se modifican frecuentemente de acuerdo con las necesidades del plan nacional de radiodifusión, generando variaciones en la distribución de masas sobre la estructura. De forma similar, la tensión de los cables puede variar debido a la relajación de los cables con el paso del tiempo y al movimiento de la estructura [9]. Además, los tirantes ocasionalmente pueden ser sujetos a una tensión excesiva durante el proceso de montaje, debido a la medición inadecuada de los valores de tensión especificados en el proyecto.

En este trabajo se realizan los estudios preliminares a una torre atirantada de 80 m de altura, ubicada en la región de Santa Cruz del Norte, con el objetivo de proponer y validar una configuración de sensores que permita la identificación de los parámetros modales de la estructura, a la vez que tiene en cuenta el comportamiento no lineal de la misma. Primeramente, se describen las características de la torre analizada, realizando luego un análisis de sensibilidad para determinar la influencia de la masa de antenas y la tensión inicial en los cables en las características dinámicas de la estructura. Seguidamente, se propone una red de sensores a partir del estudio de las características dinámicas de un modelo de referencia y dicha configuración es comprobada para diferentes condiciones de carga de la estructura. El Criterio de Garantía Modal (AutoMAC) es seleccionado como la herramienta numérica para validar la distribución de sensores sugerida. Por último, se verifica la validez de la red de sensores propuesta para una respuesta no lineal de la torre analizada, empleando el software SAP2000 para realizar un análisis no lineal en el dominio del tiempo y cargas variables de viento no extremo generadas a partir de funciones sintéticas de velocidad de viento. La identificación de los parámetros modales de la estructura es simulada empleando el software MACEC y usando los registros de aceleración obtenidos en los GDL propuestos como señales "medidas".



# 2. Descripción del modelo

La estructura seleccionada para el estudio es una torre atirantada modelo Babiney, ubicada en la región de Santa Cruz del Norte, Mayabeque (ver figura 1). Esta estructura fue seleccionada atendiendo a varias características geométricas, espaciales y de geolocalización, así como su accesibilidad, con el objetivo de poder extrapolar los resultados obtenidos del estudio a la mayoría de las torres existentes en el país. En este sentido se seleccionó una torre ubicada en un terreno despoblado de frente al mar, coincidiendo con el terreno tipo A de la actual norma cubana de viento NC-285 y permitiendo obtener un perfil vertical de cargas de viento lo menos afectado posible por la rugosidad y las características del terreno. Debido a que la capacidad de los operarios de trasladar equipamiento a lo alto de la torre durante las mediciones es limitada, se escogió una torre entre los 50 m y los 100 m de altura, con el objetivo de poder colocar sensores en toda su altura. Otros factores que se tuvieron en cuenta para la selección fueron la ubicación nivelada de los anclajes de los cables en el terreno, la presencia de antitorsores que permite estudiar su influencia en el procedimiento de identificación modal de la estructura y la ubicación espacial de la torre sobre una colina, como se observa en la figura 1, lo cual permite estudiar el efecto de modificación del perfil de velocidad.



(a) Torre sobre elevación del terreno



(b) Geolocalización



# 2.1. Características geométricas

La torre seleccionada está compuesta por un fuste de 75.5 m de altura, sobre el cual se ubica un mástil tubular de 4.5 m de altura, para una altura total de 80 m. La rigidez lateral de la estructura es garantizada mediante 21 cables atirantados, orientados en 3 direcciones, espaciadas a 120° en planta. Los cables se encuentran distribuidos en 5 niveles por cada vértice, a razón de un cable por nivel, con excepción de los niveles 2 y 4 los cuales presentan dos cables debido a la presencia de sistemas antitorsores sobre el fuste de la estructura. Las características geométricas de la torre y los cables se detallan en la figura 2.

# 2.2. Secciones y Materiales

Todos los elementos del fuste están conformados por perfiles angulares de lados iguales y acero estructural ASTM A-36. Las columnas están conformadas por dos perfiles L 750 x 80 mm, atornilladas de forma continua entre sí mediante planchas de acero y formando un ángulo interior de  $60^{\circ}$ . El fuste se encuentra arriostrado mediante tranques horizontales espaciados cada un metro y diagonales cruzadas en cada cara, conformados en ambos casos por perfiles L 500 x 50 mm. La sección transversal del fuste se encuentra a su vez rigidizada por tranques interiores, conformados por perfiles L 400 x 40 mm, como





Fig. 2: Características de la torre analizada

se observa en la figura 2. En el caso de los cables, los cuatro primeros niveles presentan cables de acero trenzado 1x7+0 con diámetro  $\phi$ =13 mm (carga de rotura  $P_u = 162 \ kN$ ), mientras que el último nivel de cables está conformado cables de acero trenzado 1x19+0 con diámetro  $\phi$ =16 mm (carga de rotura  $P_u = 235 \ kN$ ). En todos los cables se utiliza acero estructural de alto límite elástico. Las propiedades de los materiales se muestran en la tabla 1 y se consideraron constantes para el estudio.

Parámetro	Elementos fuste	Cables		
Peso por unidad de volúmen [Rho]	76.9729	76.9729		
Módulo de elasticidad [E]	1.999 x 108	1.999 x 108		
Coeficiente de Poisson [U]	0.3	0.0		
Coeficiente expansión térmica [A]	1.17 x 10-5	1.17 x 10-5		
Límite de fluencia [Fy]	248211.28 (250 MPa)	1689905.2 (1600 MPa)		
Límite de rotura [Fu]	399896 (400 MPa)	1861584.6 (2000 MPa)		

Tabla 1: Propiedades del acero empleado en la estructura

### 2.3. Modelo de elementos finitos

El modelo de elementos finitos y el análisis de la estructura fueron realizados mediante el software comercial SAP2000 [10] en su versión 21. El fuste y el mástil fueron modelados en detalle como una armadura tridimensional y los cables como elementos especiales pretensado tipo cable, teniendo en cuenta las características estructurales de cada elemento.

Las conexiones entre los miembros del fuste fueron consideradas como articuladas en todos los casos excepto en el de las columnas y el mástil ubicado en el tope. En el primer caso, las columnas fueron



modeladas de forma continua desde la base hasta el tope del fuste debido a que la conexión entre las mismas se realiza mediante planchas a dos caras de forma rígida. En el caso del mástil tubular, se consideró continuo debido a que el mismo está compuesto por un tubo de acero sólido continuo de 6 m de largo. Los apoyos en la base de las columnas se consideraron como empotramientos, restringiendo los 6 GDL en el espacio, en tanto la unión de los cables al fuste y a tierra se consideró articulada en ambos casos, debido a la incapacidad de los cables de tomar momento.

### 2.4. Cargas

Las cargas que se consideraron en el análisis modal fueron: a) el peso propio de los elementos, determinado de forma automática por el software SAP2000 a partir de las dimensiones de cada elemento y las propiedades del material; b) la carga de pretensado en los cables y c) la carga de las antenas y paneles eléctricos sobre la estructura. Las cargas debido a otros elementos auxiliares, como escaleras y rejillas de soporte, no fueron consideradas en el modelo de elementos finitos. Las masas de las antenas fueron asignadas al modelo de elementos finitos en los nodos donde se intersectan las columnas y los tranques, con el objetivo de simplificar el análisis modal de la estructura. Las cargas de antena presentes en la torre se muestran en la tabla 2.

Tipo Antena	Tramo	Altura (m)	Peso (kg)	Vértice	Área expuesta (m <sup>2</sup> )	
Parábola cerrada	6	17	9	А	1.54	
Parábola cerrada	6	18	5.5	В	1.13	
Antenas receptoras	8-9	23.5 - 26.5	6	B-C	-	
Panel CECOM	11	31 - 32.5	38.7	A, B, C	0.72	
Antenas Dipolo Cerrado MOVITEL (4)	12-14	36.5 – 41	5	А	-	
Antenas Dipolo Abierto FM (4)	16-19	46 - 55	4.5	А	-	
Paneles UHF (2)	20-21	60, 61	13.61	A, C	2.9	
Antenas Banda III, Dipolo (2)	22	63.5 - 66.5	25	A,B,C,D	0.6	
Antenas Banda III, Dipolos (4)	24	69.5 - 72.5	340 (Total)	A-B, B-C	1.89	
Paneles UHF	Mástil		15.65	6 x 4	2.9	

Tabla 2: Distribución de la carga de antenas en la torre.

Un análisis no-lineal fue realizado con el objetivo de simular la respuesta de la estructura considerando la no linealidad introducida debido al uso de cables y verificar que la metodología propuesta es válida bajo estas condiciones. Para este análisis se consideraron adicionalmente cargas sintéticas de viento variables en el tiempo, generadas a partir del procedimiento propuesto por Fernández [11], el cuál ha sido aplicado con éxito en trabajos anteriores realizados en torres de telecomunicación en Cuba [12, 13]. Para la generación de las cargas sintéticas se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:

- La turbulencia fue tratada como un proceso estocástico aleatorio estacionario, de media cero, con comportamiento gaussiano y dependiente del tiempo.
- El campo de viento fue discretizado en *N* puntos que representan las locaciones de generación, en función de la estructura analizada, adoptando el principio Euleriano. Para la estructura analizada,



un total de 14 puntos diferentes en altura, espaciados cada 6 m, fueron considerados para la generación de las funciones de carga.

- Las funciones de velocidad de viento en cada punto se generaron para un tiempo total  $T_{\omega} = 655 s$ , con  $\Delta t = 0.005 s$  (F = 200 Hz), para un total de pasos  $N_t = 2^{17}$ .
- Se asume un modelo simplificado para la turbulencia generando solamente la componente longitudinal, *u*.
- Se asume una velocidad básica de  $U_0 = 6 m/s$ , medida a una altura z = 10 m sobre el terreno, lo cual corresponde a cargas de viento no extremo.
- El método de generación adoptado fue la representación espectral vía descomposición de Cholesky. La descomposición de la matriz de espectros cruzados *XPSD* se realizó usando las formulaciones propuestas por Veers [14] y validadas en el trabajo reciente de Serrano [15].

El contenido energético de las fluctuaciones del viento es descrito a partir de la formulación de Von Kármán, descrita según la ecuación 1,

$$S(\boldsymbol{\omega}) = \frac{4\sigma_u^2 f L_u / h}{n[1 + 70.8(f L_u / h)^2]^{5/6}}$$
(1)

para la cuál se definieron los siguientes parámetros:

(a) Ley de variación de la velocidad media en altura, U(z), utilizando el perfil potencial, descrito según las ecuaciones 2-5:

$$U(z) = U_0 * C_{e_z} * C_{0_z} \tag{2}$$

$$C_{0z} = 1 \tag{3}$$

$$C_{ez} = 1.7 \left(\frac{z}{z_G}\right)^{\alpha} \iff Z_b < z < Z_G \tag{4}$$

$$C_{ez} = 1.7 \left(\frac{z_b}{z_G}\right)^{\alpha} \iff z \le Z_b \tag{5}$$

- (b) Varianza de la componente longitudinal de la turbulencia,  $\sigma_u^2$ , obtenida a una altura de referencia h = 10m para la velocidad básica de viento asumida de  $U_0 = 6m/s$ , es  $\sigma_u^2 = 0.9456$ ;
- (c) Escala integral de la componente longitudinal de la turbulencia,  $L_u$ , obtenida según el modelo de Solari y Piccardo [16] y descrita según la ecuación 6:

$$L_{\varepsilon} = 300\lambda_{\varepsilon}(h/200)^{0.67 + 0.05ln(z_0)}$$
(6)

(d) La función de coherencia espacial fue obtenida de acuerdo con la ecuación 7 y el coeficiente de decaimiento exponencial fue asumido como  $k_z = 10$  en correspondencia con los estudios de Solari y Piccardo [16] :

$$f_{12}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\frac{\omega}{2\pi}k_z\xi}{1/2[\bar{U}(z_1) + \bar{U}(z_2)]}$$
(7)

Los resultados de la simulación se ejemplifican en la figura 3, donde se pueden apreciar el espectro de energía y el registro de velocidad en el dominio del tiempo, para un punto ubicado a 6 m de altura sobre el nivel del terreno.





(a) Espectro de frecuencia

(b) Registro de velocidad para 600 s

Fig. 3: Resultados de la generación para una altura de h = 6 m

### 3. Estudios preliminares y resultados

Los estudios preliminares tienen como objetivo utilizar toda la información previamente disponible de la estructura y el modelo de elementos finitos para proponer y validar una red de sensores que permita la identificación de los parámetros modales de interés en la práctica.

#### 3.1. Análisis modal e influencia de las variables estudiadas

Se realizó un análisis modal a la estructura seleccionada, con el objetivo de obtener las características dinámicas de la misma y evaluar su comportamiento dinámico. Adicionalmente, las frecuencias de oscilación y las formas modales globales fueron empleadas para determinar la ubicación y la cantidad total de sensores requeridos para la identificación de la estructura empleando la técnica de Análisis Modal Operacional.

El análisis modal fue realizado empleando el software mencionado previamente, SAP2000 y el método de Eigenvectors, debido a que este permite la obtención de las frecuencias y modos de oscilación de la estructura independientemente de las cargas externas aplicadas. Se seleccionaron dos parámetros fundamentales para caracterizar el comportamiento dinámico de los mástiles: frecuencias de oscilación libre y desplazamientos modales para cada modo. Estos parámetros se obtuvieron para la configuración estática inicial de cada estructura (solo influencia del peso propio, peso de las antenas y la tensión inicial de los cables) sin considerar cargas adicionales de viento. Esta configuración corresponde al estado inicial de equilibrio estático alcanzado por el mástil arriostrado y difiere según la masa total de antenas y la tensión inicial aplicada a los tirantes. La influencia de las antenas se evaluó comparando los resultados obtenidos para modelos que no consideran la masa de la antena, mientras que la influencia de la carga de rotura de cada cable. Estos valores tienen en cuenta el valor medio recomendado por Smith [17], igual al 10% de la carga de rotura del cable, así como posibles efectos de relajación de los cables (5%) o sobre-tesado de los mismos (15%) como resultado de prácticas inadecuadas durante el proceso de montaje o mantenimiento de la torre.

Para el análisis modal y la obtención de los parámetros dinámicos de la estructura, fueron considerados los estados de carga que se muestran en la tabla 3.

El estado de carga 5 representa la configuración idónea del mástil, teniendo en cuenta la masa de antenas sobre la estructura y la tensión inicial recomendada en los cables. Por esta razón, fue seleccionado como el estado de referencia para la determinación de los parámetros modales.



Estado de carga	Tensión inicial (% de la carga de rotura)	Masa de antenas
1 (5% - NA)	5 %	No
2 (10% - NA)	10 %	No
3 (15% - NA)	15 %	No
4 (5% - A)	5 %	Si
5 (10% - A)	10 %	Si
6 (15% - A)	15 %	Si

Tabla 3: Estados de carga considerados

Se consideraron en el análisis los 12 primeros modos globales de oscilación obtenidos para el estado de carga 5 (10% - A), los cuales se muestran en la figura 4. Estos modos incluyen los 5 primeros modos flectores globales en cada una de las direcciones de flexión principales (x-, y-), así como los dos primeros modos torsores respecto al eje longitudinal (z-). En el modelo estudiado, se evidenciaron modos de oscilación pares respecto a las direcciones de flexión principales x- y y-, con desplazamientos modales y frecuencias de oscilación prácticamente idénticas, en correspondencia con la simetría de la sección transversal y la distribución de los tensores, así como la distribución cuasi-simétrica de las cargas. Por esta razón, se presentan los resultados solamente para los modos torsionales y la dirección de flexión global y-.



Fig. 4: Parámetros modales. Estado de carga 5.



Las frecuencias de oscilación de los modos flectores para diferentes valores de tensión inicial y masa total de antenas se muestran en la figura 5. Se evidencia que para la torre estudiada, la frecuencia de los modos de oscilación aumenta ligeramente con la tensión de los cables, ocurriendo las mayores variaciones entre las tensiones iniciales del 5% y 10% y para los modos flector y torsor de primer orden, con valores máximos del 6% – 8%. Las diferencias observadas en las frecuencias de oscilación al aumentar la tensión inicial en los cables del 10% al 15% son irrelevantes para todos los modos observados, encontrándose en todos los casos por debajo del 2%.



Fig. 5: Variación de las frecuencias de oscilación con la tensión inicial y la masa de antenas.

La variación de la masa de antenas tiene un efecto más relevante en la variación de las frecuencias modales de la estructura, como se muestra en la figura 5, causando una reducción entre el 11% - 20% para los modos flectores 1, 4 y 5; mientras que los modos 2 y 3 experimentan reducciones menores, entre el 5% - 7%. La razón de este comportamiento está probablemente asociada a la distribución no uniforme de la masa de antenas sobre la estructura, con las mayores concentraciones de masa en el tope de la estructura y alrededor del segundo nivel de cables, donde se encuentran anti-nodos para los modos flectores de segundo y tercer orden. En el caso de los modos torsores, el primer modo experimenta las mayores variaciones, con diferencias alrededor del -9.5% al considerar la masa de las antenas sobre la estructura, mientras que el segundo modo experimenta una reducción más leve, alrededor del 4.2%.

En el caso de la variación de las formas modales respecto a las variables analizadas, se muestran en las figuras 6 y 7 los desplazamientos modales obtenidos para los diferentes estados de carga considerados en el análisis. Los valores de desplazamiento modal fueron normalizados respecto a la masa de la estructura, de forma tal que  $\phi^T * M * \phi = 1$ , donde  $\phi$  es la matriz de desplazamientos modales y *M* la matriz conformada por la distribución de masas en la estructura.

En ambas figuras es posible observar que la tensión inicial en los cables no genera efectos significativos en la amplitud o distribución en altura de los desplazamientos modales, ocurriendo así tanto para los modos flectores y como para los modos torsores, independientemente de considerar o no en el análisis modal la masa de las antenas, como se puede apreciar en la superposición de los formas modales para ambos casos.





Fig. 6: Variación de los modos flectores con la tensión inicial en los cables y la masa de antenas.



Fig. 7: Variación de los modos torsores con la tensión inicial en los cables y la masa de antenas.

La consideración de la masa de las antenas, sin embargo, ocasiona variaciones en la amplitud de los desplazamientos modales para todos los modos considerados, con valores que oscilan entre el 9% y



hasta el 63% en los puntos de máximo desplazamiento modal. En el caso de los modos flectores, la no consideración de la masa de antenas puede generar cambios significativos en los puntos nodales, como se observa en la figura 6, donde los puntos de desplazamiento modal nulo pueden llegar a desplazarse hasta 4m en el eje vertical.

### 3.2. Selección y validación de la posición de los sensores

La ubicación de los sensores constituye un aspecto fundamental para el procesamiento de las señales y la identificación de los parámetros modales de la estructura mediante mediciones a escala real. Cuando los sensores son ubicados en puntos donde las formas modales de interés presentan desplazamientos modales nulos, la mediciones recogidas no aportan suficiente información para identificar de forma adecuada dichos modos [18]. Adicionalmente, una distribución inadecuada de los sensores puede resultar en la obtención de modos demasiado similares, como resultado de una limitada distribución espacial de los puntos medidos. Por ende, un estudio adecuado de las formas modales de interés es un componente esencial en selección de los Grados de Libertad (GDL) a medir y la ubicación espacial de los sensores. La decisión final respecto a la cantidad total y la posición de los sensores a utilizar dependerá de los recursos disponibles y el número de modos a identificar.

Existen algunos criterios básicos para la instalación de sensores a priori. Algunos investigadores, como Rainieri [18], indican que, si se asume que hay al menos dos modos estrechamente espaciados, particularmente en el caso de estructuras débilmente excitadas, es necesario utilizar un mínimo de 6-8 sensores para identificar correctamente los modos fundamentales de la estructura. En varios estudios [6,19,20], donde la técnica de OMA es empleada para la evaluación estructural de mástiles atirantados, los autores proponen actualizar el modelo computacional a partir de la identificación de las primeras 2-6 frecuencias naturales del mástil, sin adquirir o identificar las respectivas formas modales. Sin embargo, el estudio más reciente realizado por Amiri [7], establece que es necesario adquirir suficientes datos para representar las formas modales globales si se desear lograr una caracterización dinámica completa de la estructura.

De acuerdo con los criterios antes mencionados, en el presente estudio se decidió implementar un diseño de sensor que permitiera la caracterización de todas las formas de modo relevantes. Se consideraron relevantes todos los modos de flexión y torsión necesarios para lograr 90% de participación de masa en los planos ortogonales de flexión (x-, y-) y rotación alrededor del eje longitudinal del mástil (z-), siguiendo las recomendaciones para la caracterización dinámica de mástiles arriostrados. Por lo tanto, se propuso que cada nivel instrumentado poseyera al menos un sensor en la dirección y-, en los niveles instrumentados para obtener información sobre los modos torsionales, como sugiere Amiri [7]. La distribución final del sensor en cada nivel instrumentado se muestra en la figura 8.



Fig. 8: Distribución de sensores en los niveles instrumentados.



Algunos criterios adicionales que se tuvieron en cuenta para la selección de la posición de los sensores, basados en estudios similares de identificación estructural de torres atirantadas y estructuras similares [5–7, 21, 22] fueron los siguientes: (a) Distribución en altura lo más uniforme posible de los niveles instrumentados, para garantizar una correcta distribución espacial de los desplazamientos medidos; (b) Evitar la selección de niveles donde los desplazamientos modales son nulos (puntos nodales); (c) Colocación de sensores en la intersección entre columnas y tranques horizontales, para evitar la introducción de ruido en los datos medidos debido a flexión local de los elementos de la cercha; (d) Garantizar que la red final de sensores posea al menos un GDL medido en la parte superior de la estructura y la vecindad de cada inflexión para las formas modales relevantes, con el fin de adquirir datos suficientes para representar los modos globales de la estructura.

El análisis preliminar para la obtención de la posición de los sensores se realizó para el estado de carga 5 (tensión inicial equivalente a 10% de la carga de rotura del cable y masas totales de antena). La validez de la red de sensores propuesta se evaluó mediante la matriz AutoMAC. La determinación de la matriz AutoMAC se basa en el Criterio de Garantía Modal (MAC, por sus siglas en inglés), una herramienta ampliamente utilizada para la comparación cuantitativa de vectores modales [23–26]. Los valores MAC se obtienen mediante la ecuación 8,

$$MAC\left(\phi_{i},\bar{\phi}_{j}\right) = \frac{\left|\left(L\phi_{i}\right)^{T}\bar{\phi}_{j}\right|^{2}}{\left|\left|L\phi_{i}\right|\right|_{2}^{2}\left(\bar{\phi}_{j}\right)_{2}^{2}}$$
(8)

donde el vector L selecciona el mismo GDL para las formas modales medidas  $\bar{\phi}_j$  y las formas modales estimadas o teóricas  $\phi_i$  para establecer una comparación. Los valores MAC indican el grado de correspondencia entre las formas modales y están limitados entre 0 y 1, con 1 indicando formas modales totalmente correspondientes. La matriz AutoMAC es una matriz simétrica que correlaciona los modos estimados a partir de los GDL medidos a través de los sensores. Los valores de AutoMAC proporcionan una medida numérica de la idoneidad de la red de sensores propuesta: una correcta selección debe estar caracterizada por valores cercanos a la unidad en la diagonal y valores bajos fuera de la diagonal, indicando que los modos de interés pueden ser correctamente diferenciados. Generalmente, se estima que el diseño del sensor es adecuado cuando los valores fuera de la diagonal en la matriz AutoMAC son menores a 0.5 [22], sin embargo, al tratarse de una estructura con comportamiento no-lineal, se utilizó un valor límite de 0.2 o 20% de correspondencia entre los modos considerados, garantizando una mayor robustez a la red de sensores que permita tener en cuenta posibles errores durante la medición, asociadas a la compleja respuesta de la estructura. Los valores de AutoMAC se obtuvieron mediante la interacción entre MatLab y el software de elementos finitos SAP2000, utilizando la interfaz OAPI.

Con base en los criterios antes mencionados, se propuso un diseño inicial y luego se ajustó mediante un procedimiento iterativo, que incluyó la corrección de la posición de los niveles instrumentados y el uso de sensores adicionales. La cantidad y posición final de los sensores seleccionados, así como su correspondiente matriz AutoMAC se muestran en la figura 9. La figura 9b evidencia que el máximo coeficiente AutoMAC obtenido fuera de la diagonal es de 0.128, con la cuál el diseño propuesto se considera adecuado para la identificación modal de la estructura bajo el estado de carga ideal.





(a) Distribución de acelerómetros en la torre

(b) Matriz AutoMAC

Fig. 9: Red de sensores propuesta y valores AutoMAC correspondientes.

Usando la red de sensores propuesta (ver figura 9a), la matriz AutoMAC obtenida para el estado de carga 5 (tensión inicial del 10% en los cables, masa total de antenas) fue comparada con las matrices obtenidas para los restantes estados de carga, con el objetivo de comprobar su validez para diferentes escenarios posibles y determinar la influencia de la masa de antenas y la tensión inicial en los cables en la identificación modal. Los máximos valores obtenidos en cada matriz son mostrados en la figura 10, donde se aprecia que ninguna de las dos variables analizadas causa variaciones significativas en la correlación entre los modos de interés, no obteniendo variaciones superiores al 4%. Adicionalmente, en ninguno de los estados de carga analizados, se obtienen valores de correlación entre los modos, superiores al 20%, validando la red de sensores propuesta para todos los estados de carga considerados.



Fig. 10: Máximos valores obtenidos en la matriz AutoMAC para diferentes estados de carga

### 3.3. Validación de la red de sensores propuesta para cargas dinámicas de viento

Las técnicas de análisis modal operacional han sido empleadas de forma satisfactoria en varias estructuras con comportamiento lineal a lo largo de la última décadas [7,18,22], pero en el caso de estructuras con un comportamiento altamente no lineal, como es el caso de las torres atirantadas sometidas a cargas variables de viento, las técnicas y procedimientos comúnmente empleados deben ser validados,



comprobando que no existen contradicciones significativas entre los principios de linearidad asumidos y el comportamiento real de la estructura. Por esa razón se decidió emplear técnicas de simulación computacional para comprobar la validez de la red de sensores propuesta como medio para identificar los parámetros modales de la estructura.

Empleando el software SAP2000 se realizó un análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo para determinar la respuesta de la estructura frente a cargas de viento no extremo, el cuál tiene en cuenta la no linealidad de la estructura y la rigidez modificada de la torre debido a la pretensión de los cables. El estado de carga considerado para el análisis fue el estado de carga 5. Las cargas actuantes fueron determinadas a partir de las funciones de velocidad de viento generadas previamente y empleando solamente los últimos 100 segundos de las funciones generadas. El método de solución empleado fue el método de integración directa con solución numérica a través del método de Newmark ( $\alpha = 0.5$  y  $\beta = 0.25$ ). Se asumió para el estudio amortiguamiento proporcional basado en las formulaciones de Rayleigh con  $C_{mass} = 0.604$  y  $C_{stiff} = 3.849e - 4$ , valores que fueron estimados a partir de las frecuencias modales obtenidas para los primeros dos modos de flexión en y-, asumiendo en ambos casos una razón de amortiguamiento crítico igual al 0.5%. Este valor de amortiguamiento fue estimado a partir de estudios en túnel de viento realizados para torres atirantadas bajo cargas de viento no extremo [27].

La respuesta de la estructura fue obtenida a través del registro de aceleración de las 16 posiciones correspondientes a los sensores en el sentido del eje y- (ver figura 9a). Las respuestas en las posiciones de los 8 sensores restantes no fueron utilizadas, debido a que los modos en el eje x- no son excitados por la carga actuante. De forma similar ocurre con los modos torsores, debido a la simetría de la cargas de viento aplicadas al mástil, por lo que solo se consideran en el estudio los modos flectores en el eje y-. La figura 11 ejemplifica la forma de aplicación de las cargas de viento variables en el mástil y el registro de aceleración obtenido en uno de los puntos seleccionados.



Fig. 11: Ejemplo de patrón de carga y registro de respuesta empleados

#### 3.3.1. Procesamiento de las señales e identificación de parámetros modales

Los registros de aceleración fueron procesados empleando la herramienta disponible en el toolbox MACEC [28] de MatLab, desarrollado en la Universidad de KU Leuven, la cual cuenta con varias



herramientas para el procesamiento y acondicionamiento de señales, así como para la identificación de parámetros modales a partir de diagramas de estabilización. Se aplicó a todos los registros una ventana rectangular eliminando todos los valores en el intervalo 0.00s < t < 30.00s, correspondientes al periodo de transición de la estructura del estado de reposo al de movilización. Considerando que se desean identificar solamente los primeros modos de flexión en el eje y-, se aplicó a todas las señales un factor de diezmado con el objetivo de reducir el espectro de frecuencias analizado al rango 0.00Hz - 30.00Hz, suficiente para cubrir los primeros 9 modos de oscilación.

El diagrama de estabilización fue obtenido a partir del procesamiento de las señales usando el algoritmo de *Identificación Espacial Subestocástica* (SSI, por sus siglas en inglés), considerando la dimensión de la matriz de Hankel como i = 100 y calculando las matrices del sistema para ordenes modales desde 2 hasta 100 en incrementos de 2 (2:2:100). La figura 12 muestra el diagrama de estabilización obtenido para un paso de tiempo  $\Delta t = 0.005 s$ .



Fig. 12: Diagrama de estabilización para  $\Delta t = 0.005 \ s.$ 

Utilizando este procedimiento, se realizó un estudio de convergencia para determinar la discretización requerida al realizar el análisis no lineal en el dominio del tiempo. Para esto, se compararon los parámetros modales obtenidos mediante el análisis modal en SAP2000 (frecuencias de oscilación, desplazamientos modales y amortiguamiento), con los parámetros estimados a partir de MACEC para registros de aceleración obtenidos considerando diferentes pasos de tiempo:  $\Delta t = 0.005 s$ ,  $\Delta t = 0.01 s$ ,  $\Delta t = 0.02 s$ ,  $\Delta t = 0.03 s$  y  $\Delta t = 0.05 s$ . La tabla 4 muestra los resultado obtenidos para cada uno de los casos analizados.

Tabla 4: Resultados de la identificación modal en MACEC	

SAP		$\Delta t =$	0.05s	$\Delta t = 0.03s$		$\Delta t =$	$\Delta t = 0.02s$		$\Delta t = 0.01s$		$\Delta t = 0.005s$	
Modo	Frec.	R.A.C <sup>a</sup>	Frec.	R.A.C	Frec.	R.A.C	Frec.	R.A.C	Frec.	R.A.C	Frec.	R.A.C
Modo	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)
1	1.521	0.500	1.490	0.549	1.507	0.650	1.511	0.395	1.514	0.400	1.523	0.333
2	2.612	0.500	2.481	0.391	2.560	0.541	2.592	0.263	2.605	0.291	2.611	0.567
3	3.762	0.583	3.406	0.647	3.603	0.427	3.691	0.551	3.746	0.465	3.756	0.546
4	5.623	0.765	4.874	0.341	5.163	0.243	5.400	0.981	5.574	0.947	5.591	0.559
5	7.585	0.981	6.055	0.437	6.586	0.437	7.066	0.799	7.436	1.273	7.551	0.845
6	10.178	1.278	6.448	0.708	8.126	0.364	9.057	0.639	9.875	1.251	10.077	0.805
7	14.109	1.740	7.307	0.835	9.790	0.487	11.530	0.679	13.236	1.121	13.867	1.367
8	17.740	2.172	7.800	0.523	10.949	0.512	13.322	0.834	16.190	1.687	17.323	1.632
9	26.239	3.191	8.273	0.708	12.054	0.753	15.186	0.760	19.635	1.744	21.988	1.963
Costo computacional (min)		43	3.67	69.	.63	10	9.5	1:	36	3	18	

<sup>a</sup> R.A.C: Razón de amortiguamiento crítico



En la figura 13a se aprecia como las frecuencias naturales identificadas convergen hacia las estimadas en SAP2000 a medida que decrece el paso de tiempo  $\Delta t$ , obteniéndose errores menores al 5% para los primeros 6 modos al usar valores de  $\Delta t < 0.01$ . En el caso de los modos superiores, sería necesario considerar pasos de tiempo aún menores para obtener resultados satisfactorios, resultando en costos computacionales excesivos. En el caso de las razones de amortiguamiento crítico (R.A.C), es posible apreciar en la figura 13b, que no existe aparentemente una relación entre esta variable y el paso de tiempo  $\Delta t$  utilizado. Como se evidencia a partir de los errores absolutos respecto a los valores teóricos de amortiguamiento proporcional, para algunos modos se obtiene un mejor ajuste empleando  $\Delta t$  mayores (modo 1) mientras que para otros modos se obtienen mejores resultados al emplear menores  $\Delta t$  (modo 6). No obstante, es necesario mencionar que para ninguno de los  $\Delta t$  considerados fue posible identificar las razones de amortiguamiento crítico utilizadas en el análisis realizado en el software SAP2000, con errores superiores al 20% en la mayoría de los casos. Este fenómeno podría estar relacionado con la introducción de no linealidades en la respuesta de la estructura, producto de la interacción con los cables.





(b) Error absoluto de las razones de amortiguamiento crítico identificadas

Fig. 13: Resultados del estudio de convergencia para  $\Delta t$ 



Fig. 14: Formas modales identificadas para diferentes valores de  $\Delta t$ 



En cuanto a los desplazamientos modales identificados, los resultados obtenidos demostraron que es posible representar de forma efectiva los primeros ocho modos de interés empleando cualquiera de los pasos de tiempo considerados, con una superposición casi total de las formas modales identificadas con las obtenidas en SAP2000. La figura 14 ejemplifica los resultados obtenidos a partir de los modos 1, 8 y 9, siendo este último el único modo identificado donde se apreciaron variaciones significativas en los desplazamientos modales al considerar diferentes  $\Delta t$ , como es posible notar en la figura 14c.

# 4. Conclusiones

A partir de los estudios preliminares realizados y los resultados obtenidos, se extraen las siguientes conclusiones:

- La red de sensores propuesta, conformada por un total de 16 acelerómetros en la dirección del eje y- y 8 acelerómetros en la dirección del eje x-, permite una adecuada identificación de las frecuencias de oscilación y formas modales de la torre atirantada "Santa Cruz" empleando técnicas de Análisis Modal Operacional, bajo cargas de viento no extremo y para un rango de tensión inicial en los cables del 5% al 15% de la carga de rotura y considerando o no la masa de antenas.
- 2. Entre las variables estudiadas, la masa de antenas es la que mayor influencia presenta en las características modales de la estructura, pudiendo causar variaciones de hasta un 20% en las frecuencias de oscilación y de hasta 4m en la posición de los puntos nodales, por lo que se debe prestar especial atención a posibles masas no consideradas en la estructura.
- 3. A partir del estudio de convergencia realizado se identificó que un paso de tiempo  $\Delta t < 0.01s$  es necesario si se desean identificar adecuadamente las frecuencias de oscilación correspondientes a los primeros 5 a 6 modos flectores en cada dirección principal, por lo que en este caso se recomienda emplear en la medición sensores con una resolución superior a los 100 Hz.

# References

- 1. V. B. Elena, Influencia de la asimetría y la no linealidad de los cables en la vulnerabilidad estructural de torres atirantadas, PhD thesis, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE, 2008).
- V. Elena Parnás, I. Fernández Lorenzo and P. Martín Rodríguez, Structural failure on telecommunication guyed mast under extreme winds (14th International Conference on Wind Engineering, Porto Alegre, Brasil, 06 2015).
- 3. D. Ewins, Model validation: Correlation for updating, Sadhana 25(3) (2000) 221–234.
- 4. J. E. Mottershead and M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, *Journal of sound and vibration* **167**(2) (1993) 347–375.
- 5. E. Reynders, K. Maes, G. Lombaert and G. De Roeck, Uncertainty quantification in operational modal analysis with stochastic subspace identification: validation and applications, *Mechanical Systems and Signal Processing* **66** (2016) 13–30.
- 6. G. Saudi, Structural assessment of a guyed mast through measurement of natural frequencies, *Engineering structures* **59** (2014) 104–112.
- 7. A. K. Amiri and C. Bucher, A procedure for in situ wind load reconstruction from structural response only based on field testing data, *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics* **167** (2017) 75–86.
- 8. K. Maes, E. Lourens, K. Van Nimmen, E. Reynders, G. De Roeck and G. Lombaert, Design of sensor networks for instantaneous inversion of modally reduced order models in structural dynamics, *Mechanical Systems and Signal Processing* **52** (2015) 628–644.



- A. C. Luzardo, V. E. Parnás and P. M. Rodríguez, Guy tension influence on the structural behavior of a guyed mast, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* 53(2) (2012) 111– 116.
- D. Dinh-Cong, T. Nguyen-Thoi and D. T. Nguyen, A fe model updating technique based on sap2000-oapi and enhanced sos algorithm for damage assessment of full-scale structures, *Applied Soft Computing* 89 (2020) p. 106100.
- 11. I. Fernández and V. E. Parnás, Elements for numerical simulation of wind time series, *Revista ingeniería de construcción* **32**(2) (2017) 85–92.
- 12. I. F. Lorenzo, B. J. C. Elena, O. O. Otero and V. B. E. Parnás, Comparison of dynamic analysis methods in a cable-stayed tower under extreme wind loads in cuba, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* **60**(3) (2019) 210–220.
- I. F. Lorenzo, B. C. Elena, P. M. Rodríguez and V. B. E. Parnás, Dynamic analysis of self-supported tower under hurricane wind conditions, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 197 (2020) p. 104078.
- 14. P. S. Veers, Three-dimensional wind simulation, tech. rep., Sandia National Labs., Albuquerque, NM (USA) (1988).
- 15. O. J. P. Serrano, E. B. Mora and A. R. Salazar, Simulación de la componente longitudinal del viento por representación espectral y el análisis dinámico en edificios de cortante, in XIX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta, Jalisco, México. Available in: http://www. smie. org. mx/SMIE\_Articulos/co/co\_18/te\_05/ar\_05. pdf (XIX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, 2014).
- 16. G. Solari and G. Piccardo, Probabilistic 3-d turbulence modeling for gust buffeting of structures, *Probabilistic Engineering Mechanics* **16**(1) (2001) 73–86.
- 17. B. W. Smith, Communication structures (Thomas Telford, 2007).
- 18. C. Rainieri and G. Fabbrocino, Operational modal analysis of civil engineering structures, *Springer, New York* **142** (2014) p. 143.
- 19. M. G. Osgoie, G. McClure, X. Zhang and D. Gagnon, Assessing the variability of seismic response analysis of a tall guyed telecommunication tower with ambient vibration measurements (2012).
- A. Ismail, Seismic assessment of guyed towers: A case study combining field measurements and pushover analysis, *HBRC journal* 12(1) (2016) 47–53.
- 21. J. S. Ballaben, R. Sampaio and M. B. Rosales, Uncertainty quantification in the dynamics of a guyed mast subjected to wind load, *Engineering Structures* **132** (2017) 456–470.
- 22. K. Maes, K. Van Nimmen, E. Lourens, A. Rezayat, P. Guillaume, G. De Roeck and G. Lombaert, Verification of joint input-state estimation for force identification by means of in situ measurements on a footbridge, *Mechanical Systems and Signal Processing* **75** (2016) 245–260.
- 23. R. J. Allemang, A correlation coefficient for modal vector analysis, in *Proc. 1st Int. Modal Analysis Conference* (Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference, 1982), pp. 110–116.
- 24. T. Marwala, *Finite element model updating using computational intelligence techniques: applications to structural dynamics* (Springer Science & Business Media, 2010).
- 25. E. Simoen, Uncertainty quantification in finite element model updating (2013).
- 26. W. Heylen and P. Sas, *Modal analysis theory and testing* (Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde; Leuven, 2006).
- 27. N. Zhu, Wind tunnel test for guyed mast dynamic characteristics under wind loads, PhD thesis (University of Saskatchewan, 2007).
- 28. E. Reynders, M. Schevenels and G. DE ROECK, Macec 3.3, A Matlab toolbox for experimental and operational modal analysis. User Manual, Leuven (2014).