



SIMPOSIO NACIONAL DE INDUSTRIA

Título

Coeficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento en engranajes cilíndricos con contacto interior

Title

Limit rack shift coefficients for the transverse contact ratio in cylindrical internal gears

Robert Hernández Ortega¹

1-Robert Hernández Ortega. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Cuba. E-mail: robertho@uclv.edu.cu

Resumen:

Durante el diseño de las transmisiones por engranajes cilíndricos con contacto interior una de las tareas a realizar en las primeras fases del proyecto consiste en la selección de los coeficientes de corrección del piñón y de la rueda. Un método utilizado para este fin es el Método de los Contornos de Bloqueo, desarrollado por ingenieros rusos a lo largo de los últimos 60 años. Para la construcción automatizada de los mismos se necesita establecer una secuencia de cálculo que permita, de una forma rápida, obtener los coeficientes de corrección límites para cada tipo de restricción geométrica. En el presente trabajo se muestra el análisis matemático realizado para obtener el algoritmo que permite calcular los coeficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento y así posibilitar la automatización del proceso.

Palabras claves: Engranajes Cilíndricos; Coeficientes de Corrección; Factor de Recubrimiento;

Abstract:

During the design of cylindrical gear transmissions with internal contact, one of the tasks to be carried out in the first phases of the project consists of selecting the generating rack shift coefficient for the pinion and the wheel. One method used for this



purpose is the Blocking Contours Method, developed by Russian engineers over the last 60 years. For their automated construction, it is necessary to establish a calculation sequence that allows, in a rapid way, to calculate the limit rack shift coefficients for each type of geometric constraint. The present work shows the mathematical analysis carried out to obtain the algorithm that allows calculating the limit generating rack shift coefficient for the transverse contact ratio and thus enable the automation of the process.

Keywords: *Cylindrical Gear; Generating Rack Shift Coefficient; Transverse Contact Ratio*

1. Introducción

Los Contornos de Bloqueo son un método gráfico, cuyos principios fundamentales para su construcción fueron desarrollados por el ingeniero ruso Israel Bolotovski hace más de 60 años. Esta técnica consiste en la introducción en un sistema de coordenadas: coeficiente de corrección de la rueda (x_2) versus coeficiente de corrección del piñón (x_1), las curvas que definen las restricciones geométricas de socavado, interferencia, factor de recubrimiento y aguzamiento del diente, para una combinación definida de números de dientes y parámetros de la herramienta normalizada. El conjunto de valores de x_1 y x_2 encerrados por estas curvas define la zona de existencia o dominio de la transmisión.

El desarrollo actual del método de los Contornos de Bloqueo se ha orientado hacia la automatización. En la bibliografía especializada se reportan varias aplicaciones, que, con mayor o menor grado de elaboración, posibilitan la obtención del Contorno de Bloqueo para cualquier combinación de números de dientes y parámetros de la cremallera de referencia. Entre ellas se destacan los trabajos realizados por los autores Sholenikov [3], Nenov [4], Goldfarb [5] y Dorofeev [6] en el dominio de las transmisiones por engranajes cilíndricos con contacto exterior y de Kolotov [7, 8], Němček [9], Petrovskii [10], y Timofíyev [11] en el caso de las transmisiones por engranajes cilíndricos con contacto interior. Sin embargo, en estas aplicaciones la



construcción del contorno se realiza de forma interactiva con el usuario, o sea, de forma gráfica. Ello implica que los resultados de la construcción del contorno tales como las distancias entre centros mínima y máxima y los coeficientes de corrección mínimo y máximo para un valor de corrección sumaria definido, no pueden utilizarse directamente en establecer la correlación geométrica entre los parámetros que definen una transmisión por engranajes. En esta investigación se realiza un análisis matemático de las expresiones que definen el factor de recubrimiento para obtener un modelo matemático que permita la obtención de los coeficientes de corrección límites de forma numérica y sin interacción con el usuario de la aplicación.

2. Metodología

2.1. Valores límites de x_1 desde el punto de vista matemático

En este trabajo se asume que el piñón se elabora por el método de generación con fresa madre, mientras que la rueda se obtiene por el método de generación con piñón mortajador. Además, se consideran conocidos los siguientes datos:

- m : Módulo.
- β : Ángulo de inclinación del diente en el diámetro de referencia.
- $z_{1,2}$: Número de dientes del piñón (1) y de la rueda (2).
- Factor de recubrimiento mínimo ($\epsilon_{\alpha\text{mín.}}$).
- Espesor mínimo del diente en el diámetro exterior del piñón y de la rueda ($S_{a1,2\text{mín.}}$).
- Y los parámetros de la cremallera de referencia:
 - h_a^* : Coeficiente de altura de
 - ρ^* : Radio de redondeo
 - c^* : Coeficiente de holgura
 - α : Ángulo de presión

El cumplimiento del factor de recubrimiento (ϵ_α) en las transmisiones por engranajes cilíndricos con contacto interior se expresa matemáticamente por la siguiente expresión [1, 2]:

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan(\alpha_{at1}) - \tan(\alpha_{wt})) - z_2(\tan(\alpha_{at2}) - \tan(\alpha_{wt}))] \geq \epsilon_{\alpha\text{mín.}} \quad (1)$$



Título Convención 2021
Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas
Coefficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento en engranajes cilíndricos con contacto interior

α_{wt} : Ángulo de presión en el diámetro primitivo, en el plano frontal, que se obtiene por la ecuación [1, 2]:

$$\text{inv}(\alpha_{wt}) = \frac{2(x_2 - x_1)\tan(\alpha)}{(z_2 - z_1)} + \text{inv}(\alpha_t) \quad (2)$$

inv: Involuta del ángulo.

$\alpha_{at1,2}$: Ángulo de presión en el diámetro exterior de las ruedas [1, 2]:

$$\tan(\alpha_{at1,2}) = \frac{\sqrt{d_{a1,2}^2 - d_{o1,2}^2}}{d_{o1,2}} \quad (3)$$

$d_{o1,2}$: Diámetros de las circunferencias básicas de las ruedas [1, 2]:

$$d_{o1,2} = \frac{m \cdot z_{1,2} \cdot \cos(\alpha_t)}{\cos(\beta)} \quad (\text{mm}) \quad (4)$$

d_{a1} : Diámetro exterior del piñón [1, 2]:

$$d_{a1} = d_{i2} - 2a_w - 2c^* \cdot m \quad (\text{mm}) \quad (5)$$

d_{a2} : Diámetro exterior de la rueda [1, 2]:

$$d_{a2} = d_{i1} + 2a_w + 2c^* \cdot m \quad (\text{mm}) \quad (6)$$

α_t : Ángulo de presión del contorno de referencia en el plano frontal.

a_w : Distancia entre centros de la transmisión [1, 2]:

$$a_w = \frac{m(z_2 - z_1) \cdot \cos(\alpha_t)}{2\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha_{wt})} \quad (\text{mm}) \quad (7)$$

d_{i1} : Diámetro del pie del diente del piñón [1, 2]:

$$d_{i1} = \frac{m \cdot z_1}{\cos(\beta)} + m(2x_1 - 2h_a^* - 2c^*) \quad (\text{mm}) \quad (8)$$

d_{i2} : Diámetro del pie del diente de la rueda [1, 2]:

$$d_{i2} = 2a_{wM} + d_{aM} \quad (\text{mm}) \quad (9)$$

a_{wM} : Distancia entre centros de la rueda y el piñón mortajador en la máquina herramienta [1, 2]:

$$a_{wM} = \frac{m(z_2 - z_M)\cos(\alpha_t)}{2\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha_{wtM})} \quad (\text{mm}) \quad (10)$$

α_{wtM} : Ángulo de presión entre la rueda y el piñón mortajador en la máquina herramienta:



d_{aM} : Diámetro exterior del piñón mortajador [1, 2]:

$$d_{aM} = \frac{m \cdot z_M}{\cos(\beta)} + 2m(h_a^* + c^* + x_M) \quad (\text{mm}) \quad (11)$$

x_M : Coeficiente de corrección del piñón mortajador.

z_M : Número de dientes del piñón mortajador.

El cálculo de los coeficientes de corrección límites se realiza para un valor de corrección sumaria (x_s) constante, que se obtiene por la ecuación 12 [1, 2] asignando valores al ángulo de presión en el diámetro primitivo, en el plano frontal (α_{wt}) en el intervalo de 0 a $\frac{\pi}{2}$.

$$x_s = \frac{(z_2 - z_1)}{2 \tan(\alpha)} (\text{Inv}(\alpha_{wt}) - \text{Inv}(\alpha_t)) \quad (12)$$

Para obtener los valores de los coeficientes de corrección, que limitan el intervalo donde se cumple la condición 1, se expresa esta ecuación en función de x_1 , teniendo en cuenta que los coeficientes de corrección de las ruedas están relacionados por la ecuación siguiente [1, 2]:

$$x_s = x_2 - x_1 \quad (13)$$

Seguidamente se determina el intervalo de definición matemática de la ecuación 1 expresada en función de x_1 :

$$x_{1\text{Límite mínimo}} \leq x_1 \leq x_{1\text{Límite máximo}} \quad (14)$$

Ello implica, que el argumento de la raíz cuadrada de la ecuación 3 tiene que ser mayor que cero. Así, para el piñón se tiene:

$$d_{a1}^2 - d_{o1}^2 > 0 \rightarrow d_{a1}^2 > d_{o1}^2 \rightarrow d_{a1} > d_{o1} \rightarrow \frac{d_{a1}}{m} > \frac{d_{o1}}{m} \quad (15)$$

Considerando las ecuaciones 4, 5, 7, 9, 10 y 11, la condición anterior resulta de la manera siguiente:

$$f\left(\frac{d_{a1} - d_{o1}}{m}\right)(x_1) = \frac{(z_2 - z_M) \cos(\alpha_t)}{\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha_{wtM})} + \frac{z_M}{\cos(\beta)} + 2h_a^* + 2x_M - \frac{(z_2 - z_1) \cos(\alpha_t)}{\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha_{wt})} - \frac{z_1 \cdot \cos(\alpha_t)}{\cos(\beta)} > 0 \quad (16)$$



En la ecuación anterior la única variable dependiente del coeficiente de corrección del piñón es el ángulo de presión (α_{wtM}) entre la rueda y el piñón mortajador en la máquina herramienta, que se obtiene por las ecuaciones 2 y 13, como se indica a continuación:

$$\alpha_{wtM} = \text{inv}^{-1} \left(\frac{2(x_s + x_1 - x_M)\tan(\alpha)}{(z_2 - z_M)} + \text{inv}(\alpha_t) \right) \quad (17)$$

Teniendo en cuenta que los valores posibles de α_{wtM} se encuentran entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, el argumento de la involuta inversa en la ecuación 17 tiene que cumplir la condición siguiente:

$$\text{inv}(0) < \frac{2(x_s + x_1 - x_M)\tan(\alpha)}{(z_2 - z_M)} + \text{inv}(\alpha_t) < \text{inv}\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (18)$$

Por tanto, la ecuación 16 es válida en el intervalo:

$$x_{1\text{Límite mínimo}} > x_M - x_s - \frac{(z_2 - z_M)\text{inv}(\alpha_t)}{2\tan(\alpha)} \quad (19)$$

$$x_{1\text{Límite máximo}} < x_M - x_s + \frac{(z_2 - z_M) \left(\text{inv}\left(\frac{\pi}{2}\right) - \text{inv}(\alpha_t) \right)}{2\tan(\alpha)} \quad (20)$$

En la figura 1 se muestra un ejemplo de construcción de la curva 16 para una combinación definida de datos. El valor de x_1 , que constituye la raíz de la ecuación 16 se ha designado como $x_{1\text{mínimo}da_1}$. Su cálculo se realiza aplicando el método de la bisección [12] con la siguiente condición de parada:

$$x_{1a} - x_{1b} \leq 0,0001 \quad (21)$$



Título Convención 2021
Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas
Coefficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento en engranajes cilíndricos con contacto interior

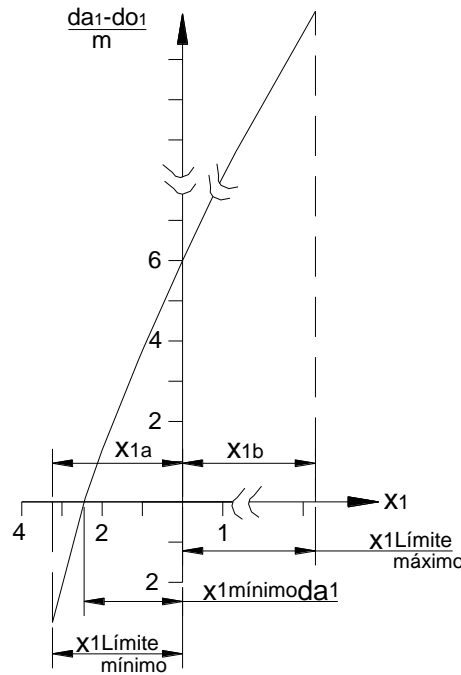


Figura 1. Dependencia $\frac{da_1 - do_1}{m} = f(x_1)$ para $m=4$, $z_1=60$, $z_2=200$, $z_M=25$, $\beta=15,2028^\circ$, $x_s=0$, $x_M=0,25$, $\alpha_{wt}=20^\circ$ Fuente: Elaboración propia

Si la ecuación 16 no tiene raíz, o sea, si:

$$f\left(\frac{da_1 - do_1}{m}\right)\left(x_{1\text{Límite}}^{\text{mínimo}}\right) > 0 \quad \text{se asume:} \quad x_{1\text{mínimo}}d_{a1} = x_{1\text{Límite}}^{\text{mínimo}}$$

Con un análisis similar de la expresión 15 para la rueda, se obtiene el menor valor de x_1 que garantiza que el argumento de la raíz sea mayor que cero:

$$x_{1\text{mínimo}}d_{a2} = \frac{d_{o2} - cd_{a2}}{2m} \quad (22)$$

$$\frac{cd_{a2}}{m} = \frac{z_2}{\cos(\beta)} + \frac{(z_2 - z_1)}{\cos(\beta)} \left(\frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})} - 1 \right) - 2h_a^* \quad (23)$$

$$\frac{d_{a2}}{m} = \frac{cd_{a2}}{m} + 2x_1 \quad (24)$$

Los valores obtenidos de $x_{1\text{mínimo}}d_{a1}$ y $x_{1\text{mínimo}}d_{a2}$ representan los coeficientes de corrección del piñón, que provocan que el diámetro exterior de cada una de las ruedas sea igual al diámetro de su circunferencia base. Esta circunstancia físicamente es absurda, pero puede ser utilizada para resolver el problema de la indefinición matemática de las ecuaciones de las restricciones geométricas. Es decir, estas



expresiones limitan el menor valor de los diámetros exteriores de las ruedas. Sin embargo, en la figura 2 se observa que el valor mínimo del diámetro exterior de la rueda no puede ser menor que el que corresponde al diámetro de la circunferencia que corta la línea de engranaje en el punto M_1 . Esta condición se expresa matemáticamente para el triángulo $M_2 M_1 O_2$:

$$\left(\frac{d_{a2Mínimo}}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_{o2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_{o2}}{2} \tan(\alpha_{wt}) - \frac{d_{o1}}{2} \tan(\alpha_{wt})\right)^2 \quad (25)$$

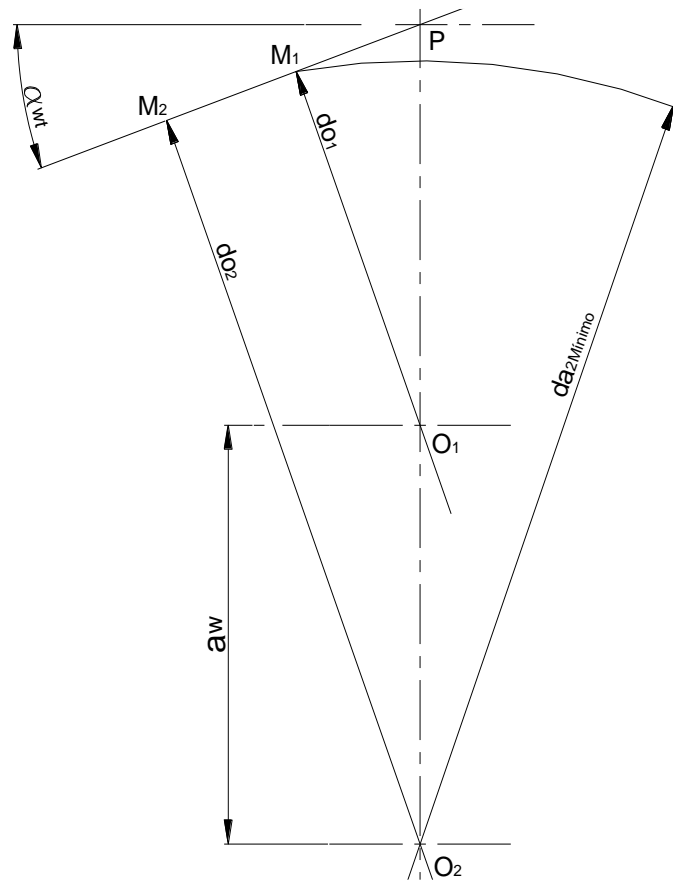


Figura 2. Diámetro exterior mínimo ($da_{2mínimo}$). Fuente: Elaboración propia.

Simplificando términos y considerando la ecuación 24 se puede escribir:

$$\left(\frac{cd_{a2}}{m} + 2x_{1Límite\ mínimo}\right)^2 = \frac{d_{o2}^2 + \tan^2(\alpha_{wt})(d_{o2} - d_{o1})^2}{m^2} \quad (26)$$

Por tanto, la solución a la ecuación 25 es:

$$x_1 = x_{1Límite\ mínimo} = \frac{1}{2m} \sqrt{d_{o2}^2 + \tan^2(\alpha_{wt})(d_{o2} - d_{o1})^2} - \frac{cd_{a2}}{2m} \quad (27)$$



De esta manera, como límite mínimo de x_1 se toma el mayor valor entre $x_{1\text{mínimo}} d_{a1}$ y los valores calculados por las ecuaciones 22 y 27.

2.2. Valores límites de x_1 para el factor de recubrimiento

Teniendo en cuenta las ecuaciones 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11 y 24, la condición matemática que garantiza el cumplimiento del factor recubrimiento se expresa en función de x_1 de la siguiente forma:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{m}\right)^2 - \left(\frac{d_{o1}}{m}\right)^2}}{\frac{d_{o1}}{m}} - \tan(\alpha_{wt}) \right) - \frac{z_2}{2\pi} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{cd_{a2}}{m} + 2x_1\right)^2 - \left(\frac{d_{o1}}{m}\right)^2}}{\frac{d_{o2}}{m}} - \tan(\alpha_{wt}) \right) \geq \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}} \quad (28)$$

En la figura 3 se muestra un ejemplo de construcción de esta función para una combinación definida de datos. La curva 1 representa el caso general, cuando el recubrimiento mínimo de la transmisión se garantiza en el intervalo limitado por $x_{1\text{mínimo}}\varepsilon_\alpha$ y $x_{1\text{máximo}}\varepsilon_\alpha$. Otra forma que puede adoptar la función 28 se representa por la curva 2, donde no es posible garantizar el factor de recubrimiento mínimo para ningún valor de x_1 . Se observa, además, que la dependencia tiene un valor máximo en $x_{1\varepsilon\text{amáximo}}$. Para determinar este valor es preciso calcular la raíz de la primera derivada de la función 28 (ver ecuación 29) cuya construcción se muestra en la figura 4:

$$\frac{d\varepsilon_\alpha}{dx_1} = \frac{2\tan(\alpha) \cdot \cos(\alpha_t) \cdot d_{a1}}{m \cdot \sin(\alpha_{wtM}) \cdot \cos(\beta) \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{m}\right)^2 - \left(\frac{d_{o1}}{m}\right)^2}} - \frac{\left(\frac{cd_{a2}}{m} + 2x_1\right)}{\sqrt{\left(\frac{cd_{a2}}{m} + 2x_1\right)^2 - \left(\frac{d_{o2}}{m}\right)^2}} \quad (29)$$

$$= 0$$

En la ecuación anterior se ha tenido en cuenta que:



$$\frac{2z_1}{d_{o1}} = \frac{2z_2}{d_{o2}} \quad (30)$$

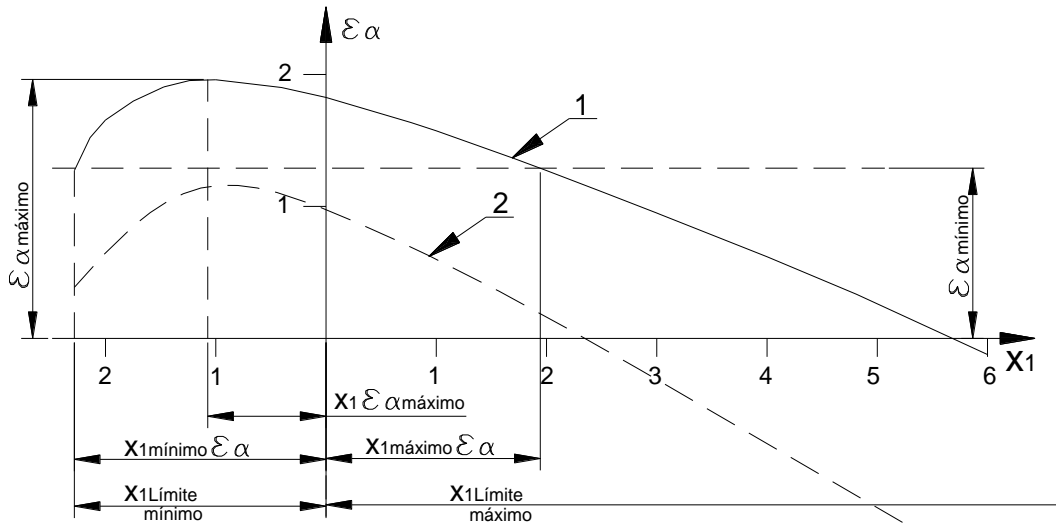


Figura 3. Dependencia $\varepsilon_\alpha = f(x_1)$ para $m=4$, $z_1=60$, $z_2=200$, $Z_M=25$, $\beta=15,2028^\circ$, $x_M=0,25$, $\alpha_{wt}=20^\circ$. Fuente: Elaboración propia

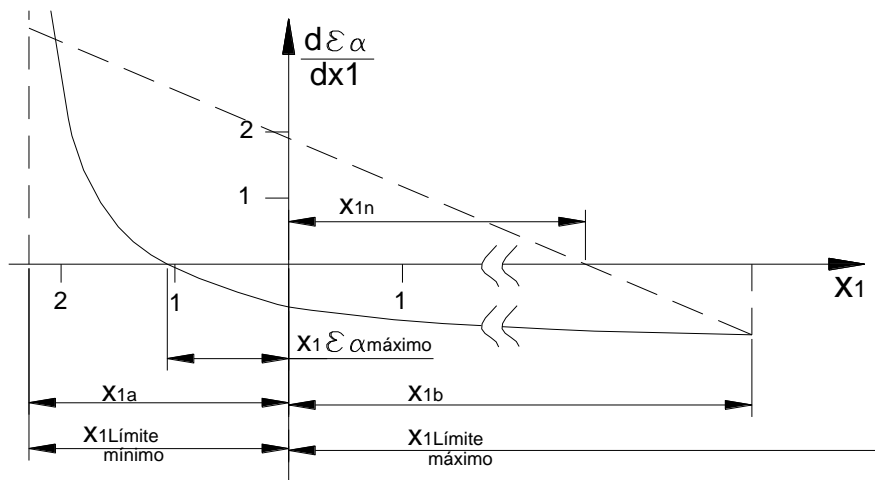


Figura 4. Dependencia $\frac{d\varepsilon_\alpha}{dx_1} = f(x_1)$ para $m=4$, $z_1=60$, $z_2=200$, $Z_M=25$, $\beta=15,2028^\circ$, $x_M=0,25$, $\alpha_{wt}=20^\circ$.

Fuente: Elaboración propia

De esta manera, la secuencia de cálculo para obtener $x_{1\text{mínimo}\varepsilon_\alpha}$ y $x_{1\text{máximo}\varepsilon_\alpha}$ es la siguiente:

1. Se calcula $x_1\varepsilon_{\alpha\text{Máximo}}$ aplicando el método de Hamming [12] a la ecuación 31. En este método la aproximación a la raíz se realiza a partir de la determinación del punto de



intersección x_{1n} con el eje x_1 de la recta que une los puntos $(x_{1a}, \frac{d\varepsilon_\alpha}{dx_1}(x_{1a})/2)$ y $(x_{1b}, \frac{d\varepsilon_\alpha}{dx_1}(x_{1b}))$. La siguiente iteración se realiza asignando a una de las variables x_{1a} o x_{1b} el valor x_{1n} , de manera que el nuevo intervalo $x_{1a} \div x_{1b}$ contenga la raíz buscada.

2. Se calcula el valor máximo del factor de recubrimiento ($\varepsilon_{\alpha\text{Máximo}}$) evaluando la ecuación 28 en el punto $x_1 = x_{1\varepsilon_{\alpha\text{Máximo}}}$.

- Si $\varepsilon_{\alpha\text{Máximo}} \leq \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ significa (curva 2 en la figura 3) que no es posible obtener el recubrimiento de la transmisión y se abandona el cálculo.

- Si $\varepsilon_{\alpha\text{Máximo}} > \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ se evalúa la ecuación 28 en el punto $x_1 = x_{1\text{Límite: mínimo}}$

- Si $\varepsilon_\alpha(x_{1\text{Límite: mínimo}}) \geq \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ se asume: $x_{1\text{mínimo}}\varepsilon_\alpha = x_{1\text{Límite: mínimo}}$

- Si $\varepsilon_\alpha(x_{1\text{Límite: mínimo}}) < \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ el valor de $x_{1\text{mínimo}}\varepsilon_\alpha$ se obtiene aplicando el método de Hamming a la ecuación 28 en el intervalo: $x_{1a} = x_{1\text{Límite: mínimo}}$

$$x_{1b} = x_{1\varepsilon_{\alpha\text{máximo}}}$$

3. Se evalúa la ecuación 28 en el punto $x_1 = x_{1\text{Límite: máximo}}$

- Si $\varepsilon_\alpha(x_{1\text{Límite: máximo}}) \geq \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ se asume: $x_{1\text{máximo}}\varepsilon_\alpha = x_{1\text{Límite: máximo}}$

- Si $\varepsilon_\alpha(x_{1\text{Límite: máximo}}) < \varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}}$ el valor de $x_{1\text{máximo}}\varepsilon_\alpha$ se obtiene aplicando el método de Newton a la ecuación 28 en el intervalo: $x_{1a} = x_{1\varepsilon_{\alpha\text{máximo}}}$ $x_{1b} =$

$$x_{1\text{Límite: máximo}}$$

3. Resultados y discusión

En la figura 5 se muestra la realización computacional del modelo matemático explicado anteriormente para los siguientes parámetros: $m=4$, $z_1=20$, $z_2=200$, $z_M=25$, $\beta=10^\circ$, $x_M=0,25$, $Sa_{1,2\text{mín}} = 0,25$, $\varepsilon_{\alpha\text{Mínimo}} = 1,2$. Aquí, se destaca que el Contorno de Bloqueo mostrado considera solamente las restricciones geométricas de socavado, espesor mínimo del diente en el diámetro exterior de las ruedas y el factor de recubrimiento.

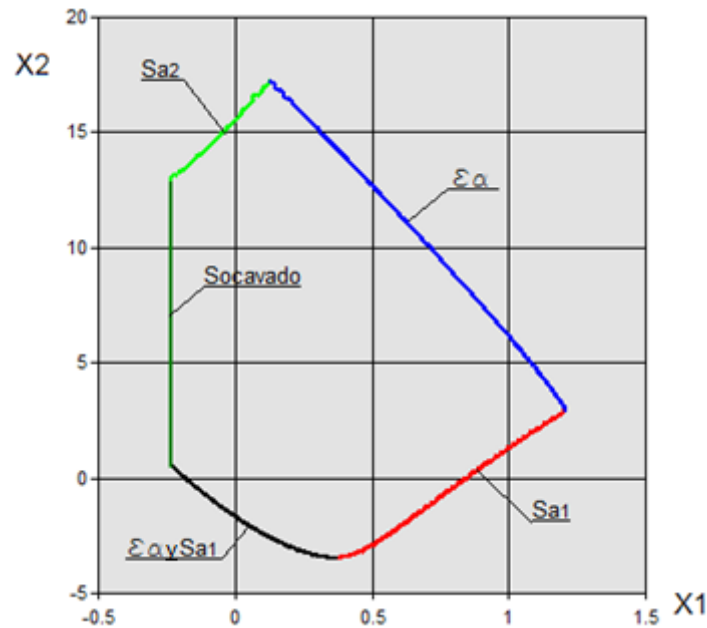


Figura 5. Contorno de Bloqueo. Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la figura 5, la obtención del Contorno de Bloqueo no se realiza de forma interactiva. Ello implica que no existen líneas auxiliares en el área gráfica y que los resultados de la construcción del contorno se pueden obtener de forma numérica a partir del modelo matemático explicado. De esta manera se puede establecer la dependencia entre los parámetros geométricos de una transmisión por engranajes de una forma más exacta.

4. Conclusiones

- En la actualidad, el desarrollo del método del Contorno de Bloqueo se ha orientado hacia su automatización. Sin embargo, en la revisión bibliográfica realizada se constató que no se ha reportado la existencia de un modelo matemático que posibilite la construcción del Contorno de Bloqueo en las transmisiones por engranajes cilíndricos con contacto interior de forma no interactiva, sin la intervención del usuario de la aplicación.
- La obtención de los coeficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento se realiza expresando las ecuaciones de estas limitaciones en función de x_1 . Primeramente, se calcula el valor de x_1 que corresponde al extremo de estas funciones. Seguidamente se obtiene dicho valor extremo y finalmente se calculan



los valores de x_1 límites. Debido a la complejidad matemática de estas funciones los cálculos se realizan por medio de métodos numéricos. Se utilizan los métodos de la bisección, de Newton y de Hamming.

- El modelo matemático desarrollado permite obtener el Contorno de Bloqueo para el factor de recubrimiento de forma no interactiva. De esta manera resulta posible la utilización de los resultados de la construcción del Contorno de Bloqueo de forma numérica.

Bibliografía

1. Bolotovskii, I. A. Bezrukov, O. F. Vacilieva, B. I. Cálculo Geométrico de Transmisiones de Perfil Evolvente por Engranajes y por Tornillo Sin Fin. 2da Edición, original en ruso, Moscú: Construcción de Maquinarias, 1986, 444 p.p. 28-138, ISBN 50689717-A
2. Litvin, F. L. Teoría de las transmisiones por engranajes, Editorial Ciencia, Moscú 1968
3. Sholeninov, V.E. Nikishin, S. M. "Síntesis de Engranajes Cilíndricos con Ayuda de la Computadora", original en ruso, Vestnik D.G.M.A., 2008, Vol. 14, N° 3E, p. 187-191, ISSN 1995 4794.
4. Nenov, P. Kaloyanov, B. Angelova, E. "Geometrical Blocking Contours as an Instrument for High-Technology Design of Geometry of Involute External and Internal Gear Drives" Mechanisms and Machine Science, 2013, Vol. 13, p. 379-388, ISSN 2211 0984.
5. Goldfarb, V. I. Tkachev, A. A. "Optimization Approach to Computer-Aided Design of Spur and Helical Gears" En: 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, México, 2011, p. 1-6, ISBN 9786074411317.
6. Dorofeev, D. V. Shevchenko, I. V. "Contornos de bloqueo en las transmisiones por engranajes proyectadas por el espesor del diente en el diámetro exterior", original en ruso, Ciencia y Educación, 2011 N° 4, p. 1-6, ISSN 1994 0408.



Título Convención 2021
Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas
Coefficientes de corrección límites para el factor de recubrimiento en engranajes cilíndricos con contacto interior

7. Kolotov, A. V. Merko, V. A. Mesnyankin, M. V. Mityaev, A. E. "Resultados de la solución del problema de la determinación de la zona común de selección de los coeficientes de desplazamiento de la transmisión por engranajes del tipo 2K-h", original en ruso, Vestnik de la Universidad Técnica de Tadjikistan Osimi M. C., N° 2, Vol. 22, 2013, p. 26-29, ISSN 2075 177X.
8. Kolotov, A. V. Merko, V. A. Mesnyankin, M. V. Mityaev, A. E. "Secuencia de obtención del sistema de coordenadas del Contorno de Bloqueo volumétrico para el aseguramiento de los indicadores de calidad del mecanismo planetario excéntrico 2K-h", original en ruso, Vestnik de la Universidad Técnica de Tadjikistan Osimi M. C., N° 1, Vol. 25, 2014, p. 13-18, ISSN 2075 177X.
9. Němček, M "Design of a non-Standard Internal Gear Pair" Transactions of the VSB-Technical University of Ostrava, 2007, Vol. LII, N° 1, p. 141-145, ISSN 1210 0471.
10. Petrovskii, A. N. "Optimización de los parámetros del engranaje de perfil evolvente", original en ruso, NGTU Alexei, R. E., 2011, N° 2, p. 75-87.
11. Timofieyev, G. A. Samailova, M. V. "Zona de existencia de un Mecanismo Planetario de Onda", original en ruso, Vestnic MGTU Bauman, H. E., Serie: Construcción de Maquinaria, 2012, N° 2, p. 117-122, ISSN 0236 3941.
12. Burden, R. L. Faires, J. D. *Análisis Numérico*. 7da Edición, Traducido por: Palmas, O., Méjico: Thomson Learning 2002, 831 p.p. 55-65. ISBN 970-686-134-3