



## SIMPOSIO INTERNACIONAL DE CONSTRUCCIONES

### Comportamiento de Secciones Pretensadas en el agotamiento

#### *Behavior of Pre-Tensioned Sections in Ultimate Strength*

Dr. Juan José Hernández Santana<sup>1</sup>

1. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. [jjhernandez@uclv.edu.cu](mailto:jjhernandez@uclv.edu.cu)

### INTRODUCCIÓN

La experiencia acumulada tras largos años calculando piezas de hormigón pretensado permite recomendar que se diseñe a partir de las bases del *estado límite de servicio*, particularmente el referente a la fisuración. Por tanto se emplean para tales diseños las cargas y solicitaciones con sus valores característicos. Una vez dimensionada la sección y calculado el refuerzo activo bajo tales condiciones, se requiere revisar los *estados límites últimos*. Las bases de cálculo para los *estados límites últimos* procuran la seguridad a través de tres vías fundamentales:

a) Reconocer las cargas o sus efectos sobre la estructura con sus valores de cálculo:

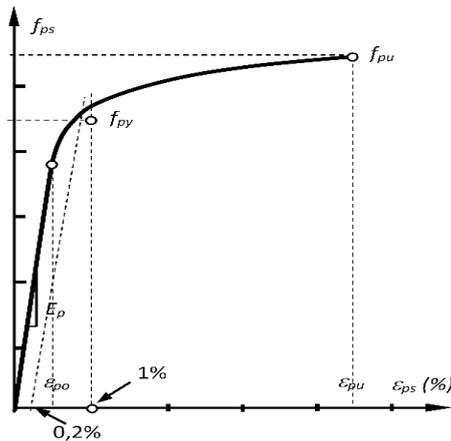
$$S_u = \sum(\gamma_{si} \cdot S_{ki}).$$

b) Considerar en los cálculos de la capacidad resistente nominal de la sección  $S_n$ , evaluada a partir de la resistencia característica de los materiales:  $f'_c$  (para el hormigón a compresión),  $f_{pu}$  y  $f_{py}$  para el del acero de presfuerzo y  $f_y$  del refuerzo ordinario.

c) Disminuir la capacidad resistente nominal de la sección mediante el coeficiente reductor  $\phi$ , de manera que se satisfaga la condición:  $S_u \leq \phi S_n$ .

### ESFUERZO EN EL ACERO PRETENSADO

En la figura 1 se esquematizan las propiedades de los aceros de alto límite elástico, que pueden describirse en función de la curva esfuerzo – deformación del acero:



|   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| Alambres y torones de baja relajación     | $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,9$  |
| Alambres y torones aliviados de tensiones | $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,85$ |
| Barras corrugadas                         | $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,85$ |
| Barras lisas                              | $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,8$  |

**Figura 1. Diagrama esfuerzo – deformación para aceros ALE.**

**1er tramo:** se cumple la ley de Hooke y está limitado por el valor de  $\epsilon_{po}$ . Por tanto:

$$f_{ps} = \epsilon_{ps} E_p$$

El módulo de deformación  $E_p$  depende del tipo de acero y varía entre 1,9 y  $2 \cdot 10^5$  MPa. Por tanto es una propiedad que debe obtener del fabricante junto a la máxima deformación de la etapa elástica  $\epsilon_{po}$ .

**2do tramo:** la curva esfuerzo – deformación tiene un comportamiento no lineal y en él se definen las siguientes propiedades:

$f_{pu}$  Resistencia máxima a tracción o grado del acero.

$\epsilon_{pu}$  Deformación máxima a tracción.

$f_{py}$  Tensión de fluencia. Como es sabido el escalón de fluencia en los aceros ALE no está definido, por lo que su determinación responde soluciones empíricas adoptadas por las normativas. Los reglamentos norteamericanos lo obtienen para una deformación de 1%, como se representa en la figura 1. La tensión de fluencia desempeña un papel fundamental en la caracterización de los aceros y en su comportamiento en la etapa de agotamiento, como se muestra en la figura 1.

Una interesante interpretación del comportamiento de las tensiones en el acero pretensado realiza Nawy (NAWY 2010) a través de la figura 2. El esquema representa la ocurrencia de las pérdidas totales antes de la actuación de las cargas, lo que solo es válido desde el punto de vista didáctico. Se aplica  $f_{pj}$  en el gato, siempre menos que  $0,94f_{py}$  y  $0,8f_{pu}$  y al producirse todas las pérdidas el acero reduce su esfuerzo hasta la tensión efectiva  $f_{pe}$ . Se destaca en la figura la etapa no fisurada, donde se produce un comportamiento elástico del hormigón y el refuerzo. En esta etapa el incremento del momento resistente se



produce, fundamentalmente, por un aumento desplazamiento del centro de presiones y consecuentemente del brazo del par. La tensión en el acero es pequeña, como se aprecia en el esquema, y por tanto esta se considera en la práctica constante. El cambio de comportamiento se produce para cargas mayores al momento de fisuración  $M_{cr}$ , donde comienza la etapa del agotamiento. Note como para refuerzo no adherido este proceso se inicia con la aparición de tracciones en la fibra inferior de la sección.

Al fisurarse la sección,  $M_n > M_{cr}$ , comienza una transferencia paulatina de las tensiones del hormigón al acero y por tanto el crecimiento de los esfuerzos se hace más intenso, como se refleja en la figura 2 por una pendiente mayor en el gráfico. En esta etapa la sección pretensada tiene un comportamiento similar a un elemento de hormigón armado, donde la resistencia crece con el aumento de la fuerza del par, y de la tensión del acero, que tiene un brazo prácticamente constante. Para secciones dúctiles el esfuerzo del acero pretensado supera la tensión de fluencia sin llegar a la máxima, denominándose como  $f_{ps}$ .

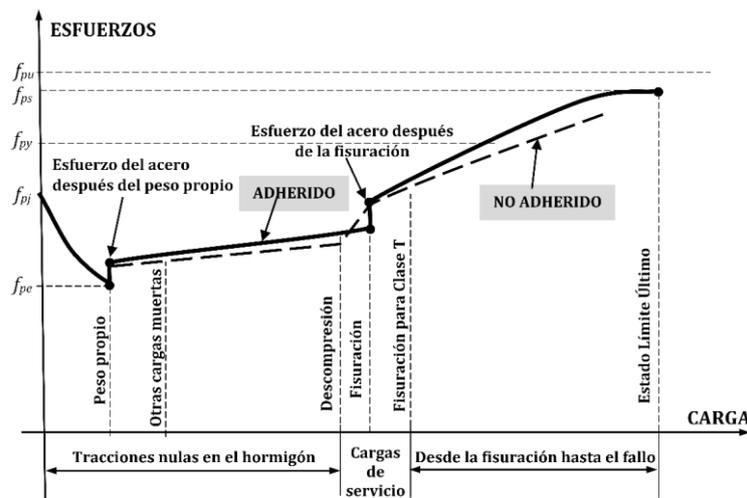


Figura 2. Tensiones en el acero pretensado en función del incremento de la carga.

El comportamiento no lineal del 2do tramo de la curva esfuerzo – deformación en aceros ALE complejiza la obtención de las ecuaciones constitutivas del material. Como se explicó anteriormente, para este tipo de acero no son posibles las simplificaciones realizadas en la definición de las ecuaciones físicas de aceros naturales y por otra parte son diferentes las curvas para torones, alambres y barras y en función de las características de la relajación. Por esto las curvas *esfuerzo – deformación* deben ser ofrecidas por cada fabricante, junto con otras propiedades mecánicas esenciales como: la *resistencia* y *deformación máximas* ( $f_{pu}$  ;  $\epsilon_{pu}$ ), y también las de fluencia ( $f_{py}$  ;  $\epsilon_{py}$ ), además del *módulo de deformación longitudinal* del acero  $E_p$ . Para torones de 7 alambres, grados 250



y 270 de baja relajación, según la ASTM A 416, que son los más utilizados en elementos pretensados, se definen las ecuaciones constitutivas como (**PCI 2004**):

- Para el torón, **Grado 270**: ( $f_{pu} = 1\ 860\ MPa$ ),  $E_p = 1,965 \cdot$

$10^5\ MPa\ (28\ 500\ ksi)$

$$f_{ps} = E_p \varepsilon_{ps} \quad \text{si} \quad \varepsilon_{ps} \leq 0,0086$$

$$f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\varepsilon_{ps} - 0,007} (MPa) \quad \text{si} \quad \varepsilon_{ps} > 0,0086$$

- Para el torón, **Grado 250**: ( $f_{pu} = 1\ 725\ MPa$ ),  $E_{ps} = 1,965 \cdot$

$10^5\ MPa\ (28\ 500\ ksi)$

$$f_{ps} = E_p \varepsilon_{ps} \quad \text{si} \quad \varepsilon_{ps} \leq 0,0076$$

$$f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\varepsilon_{ps} - 0,0064} (MPa) \quad \text{si} \quad \varepsilon_{ps} > 0,0076$$

### ENFOQUE DEL ACI 318 (ACI 318-19, 2019)

Este enfoque se distingue por la utilización de un Método Simplificado para determinar la tensión en refuerzo pretensado. La esencia del método es estimar la tensión  $f_{ps}$  del acero pretensado en tracción, sin tener que recurrir al laborioso procedimiento de trabajar con las ecuaciones físicas del acero pretensado y las ecuaciones de compatibilidad. Se ha comprobado que en vigas con elevados porcentajes de refuerzo, se subvalora la capacidad resistente del elemento.

No se trata de un procedimiento general, pues solo puede ser aplicado cuando se cumpla que  $f_{pe} \geq 0,50 f_{pu}$  y que todo el refuerzo pretensado sea ubicado en la zona de tracción. El método ofrece las siguientes expresiones simplificadas para el **pretensado adherente**:

$$f_{ps} = \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} f_{pu}$$

Siendo:

$\omega_p = (A_{ps} f_{pu}) / (b d_p f'_c)$     Cuantía mecánica del acero pretensado en tracción.

$d_p$  Distancia medida desde la fibra extrema de máxima compresión de la sección de hormigón, hasta el baricentro de la armadura de pretensado, en la zona traccionada.

$d$  Distancia medida desde la fibra extrema de máxima compresión de la sección de hormigón, hasta el baricentro de la armadura ordinaria traccionada.



$\omega = A_s f_y / b d f'_c$  Cuantía mecánica de la armadura ordinaria en tracción.

$\omega' = A'_s f_y / b d f'_c$  Cuantía mecánica de la armadura ordinaria en compresión.

$\gamma_p$  coeficiente que depende de la relación  $f_{py} / f_{pu}$ .

0,55 para barras corrugadas de alta resistencia

$$f_{py} / f_{pu} \geq 0,8$$

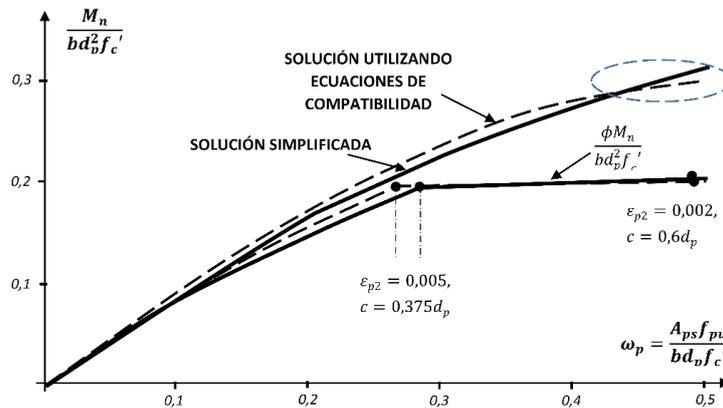
0,40 para alambres y torones aliviados de tensiones

$$f_{py} / f_{pu} \geq 0,85$$

0,28 para alambres y torones de baja relajación

$$f_{py} / f_{pu} \geq 0,9$$

En la figura 3 se comparan las soluciones utilizando las ecuaciones físicas y de compatibilidad con la solución simplificada para una sección rectangular sin refuerzo ordinario,  $f'_c = 35MPa$  y  $f_{pu} = 1860MPa$  de baja relajación. Se aprecia que las expresiones tienen un buen comportamiento, aunque para las cuantías bajas de refuerzo pretensadas es ligeramente conservadora y para secciones con altos porcentajes de refuerzo, el método puede subestimar la resistencia de vigas, y en esos casos se sugiere recurrir al método de compatibilidad de las deformaciones y equilibrio de las tensiones, para garantizar evaluaciones más precisas de la resistencia de la sección.



**Figura 3. Comparación de métodos para calcular la tensión del acero pretensado.**

Cuando al calcular  $f_{ps}$ , se desee considerar la presencia de refuerzo ordinario situado en la zona comprimida, debe garantizarse que:

$$\left[ \omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \geq 0,17 \qquad d' \leq 0.15 d_p$$

Fronteras que hacen dudoso que la armadura en compresión alcance a fluir, lo que lleva a una evaluación riesgosa de la tensión  $f_{ps}$ .





Partiendo de un caso general de sección pretensada considerando el aporte del refuerzo ordinario, las ecuaciones de equilibrio para la sección en forma T sometida a flexión, pueden ser deducidas con el auxilio de la figura 4.

$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 & \quad C_c + C_s = T_s + T_p \\ \Sigma M = 0 & \quad M_n = C_c \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s) \text{ respecto al} \\ & \quad \text{acero } A_{ps} \end{aligned}$$

Se considera que el acero ordinario trabaja a su máxima resistencia, el aporte de cada refuerzo es:

$$T_p = A_{ps} f_{ps} \quad T_s = A_s f_y \quad C_s = A_s' f_y$$

La sección puede trabajar como rectangular ( $a \leq h_f$ ), o como T ( $a > h_f$ ), disyuntiva que debe ser resuelta durante el análisis de este estado límite.

*Si la sección tiene comportamiento rectangular ( $a \leq h_f$ ):*

$$\begin{aligned} C_c + C_s = T_s + T_p \quad 0,85 f_c' ab + A_s' f_y = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y \quad a = \\ \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y}{0,85 f_c' b} \end{aligned}$$

Y haciendo momento respecto al acero  $A_{ps}$

$$\begin{aligned} M_n = C_c \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s) \\ M_n = 0,85 f_c' ab \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d_p - d') + A_s f_y (d_{ps} - d_s) \end{aligned}$$

*Si la sección tiene comportamiento T ( $a > h_f$ ):* el aporte del hormigón se divide entre la acción del ala superior y el nervio.  $C_{c(nervio)} + C_{c(ala)} + C_s = T_s + T_p$

$$\begin{aligned} 0,85 f_c' ab_w + 0,85 f_c' (b - b_w) h_f + A_s' f_y = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y \\ a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y - 0,85 f_c' (b - b_w) h_f}{0,85 f_c' b_w} \end{aligned}$$

Y haciendo momento respecto al acero  $A_{ps}$

$$\begin{aligned} M_n = C_{c(nervio)} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + C_{c(ala)} \left( d_p - \frac{h_f}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s) \\ M_n = 0,85 f_c' ab_w \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + 0,85 f_c' (b - b_w) h_f \left( d_p - \frac{h_f}{2} \right) + A_s' f_y (d_p - d') + \\ A_s f_y (d_{ps} - d_s) \end{aligned}$$

La tensión  $f_{ps}$ , que alcanza el acero en el agotamiento, puede ser considerada mediante dos procedimientos diferentes: A partir de la compatibilidad de las deformaciones, procedimiento más riguroso y a la vez laborioso, debido a la discontinuidad que presenta



la ley *esfuerzo-deformación* del acero, o a partir de la formulación simplificada para estimar la tensión  $f_{ps}$ .

La solución mediante el *Método de Compatibilidad de las Deformaciones*: plantea las siguientes incertidumbres: Relacionada con la forma de trabajo de la sección (Rectangular o en forma T) y relacionada con la ley para evaluar la tensión del acero. La solución del problema está en desarrollar las ecuaciones que se resumen a continuación:

*Relacionadas con la forma de trabajo de la sección:*

$$\begin{array}{ll} \text{Rectangular} & c = \frac{A_{ps}f_{ps}}{0,85\beta_1f'_c b} \\ \text{T} & c = \frac{A_{ps}f_{ps} - 0,85f'_c(b-b_w)h_f}{0,85\beta_1f'_c b_w} \end{array}$$

*Relacionadas con la tensión del acero pretensado:*

$$\begin{array}{ll} \text{Lineal} & \Rightarrow f_{ps} = E_p \varepsilon_{ps} = E_p \left[ \varepsilon_{pe} + 0,003 \left( \frac{d_p - c}{c} \right) \right] \\ \text{No lineal} & \Rightarrow f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\varepsilon_{pe} + 0,003 \left( \frac{d_p - c}{c} \right) - \psi} \end{array}$$

Si se trata del acero de baja relajación, Grado 270  $\psi = 0,007$  y para el 250  $\psi = 0,0064$ .

La comprobación de la seguridad de la sección para el estado límite último que se analiza se fundamenta en la verificación de la condición que corresponde a estos estados:  $M_u \leq \phi M_n$

Para la evaluación del factor de reducción de la capacidad portante son válidos los principios que para secciones de hormigón armado sometidas a flexión combinada y que establecen que (ACI 318-19 2019) (NC 207 2019):

Para secciones en TRACCIÓN CONTROLADA  $\phi = 0,90$

Para secciones en COMPRESIÓN CONTROLADA

- Refuerzo transversal en espirales  $\phi = 0,75$
- Refuerzo transversal en estribos  $\phi = 0,65$

Para secciones en la ZONA DE TRANSICIÓN  $\phi$  es variable entre los valores anteriores.

Esta clasificación dependen de la deformación del acero traccionado de la siguiente forma:

***Secciones en tracción controlada:*** son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección, asegura que el acero traccionado



$\varepsilon_{p2} \geq 0,005$ , medido a nivel del tendón resultante, para un peralte efectivo de valor  $d_p$  y como se muestra en la figura 4. Entonces los límites para este estado se plantean como:

$$\varepsilon_{p2} \geq 0,005, \quad \varepsilon_{ps} \geq \varepsilon_{pe} + 0,005 \quad c \leq 0,375d_p$$

**Secciones en compresión controlada:** son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección, asegura que el acero traccionado  $\varepsilon_{p2} \leq \varepsilon_y$ . Pero como para el refuerzo pretensado no tiene sentido la definición de deformación de fluencia el ACI 318 establece que para este tipo de refuerzo se tome este valor como 0,002. Entonces la compresión controlada se presenta cuando:

$$\varepsilon_{p2} \leq 0,002, \quad \varepsilon_{ps} \leq \varepsilon_{pe} + 0,002 \quad c \geq 0,6d_p$$

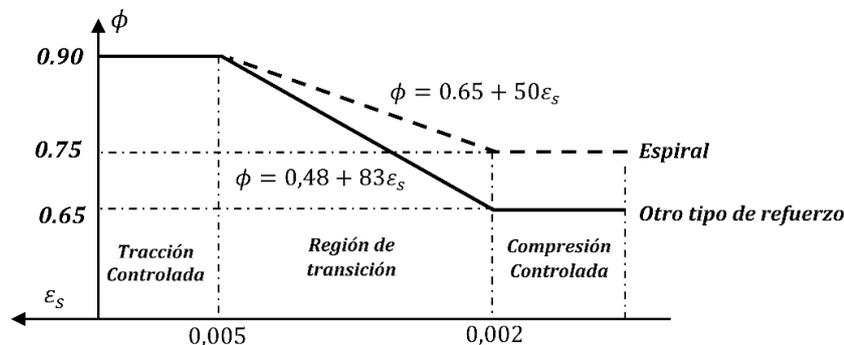
**Secciones en transición:** son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección es tal que el acero traccionado alcanza deformaciones entre los límites establecidos para los estados anteriores, es decir que:

$$0,005 < \varepsilon_{p2} < 0,002, \quad \varepsilon_{pe} + 0,005 < \varepsilon_{ps} < \varepsilon_{pe} + 0,002 \quad 0,375d_p > c > 0,6d_p$$

En la región de transición el factor de reducción se regirá por una ley lineal que se expone en la figura 5 y se exponen las expresiones en función de la profundidad de la línea neutra:

Para **ESTRIBOS**:  $\phi = 0,48 + 83\varepsilon_s$       ó       $\phi = 0,231 + \frac{0,249}{c/d_p}$

Para **ESPIRALES**:  $\phi = 0,65 + 50\varepsilon_s$       ó       $\phi = 0,5 + \frac{0,15}{c/d_p}$



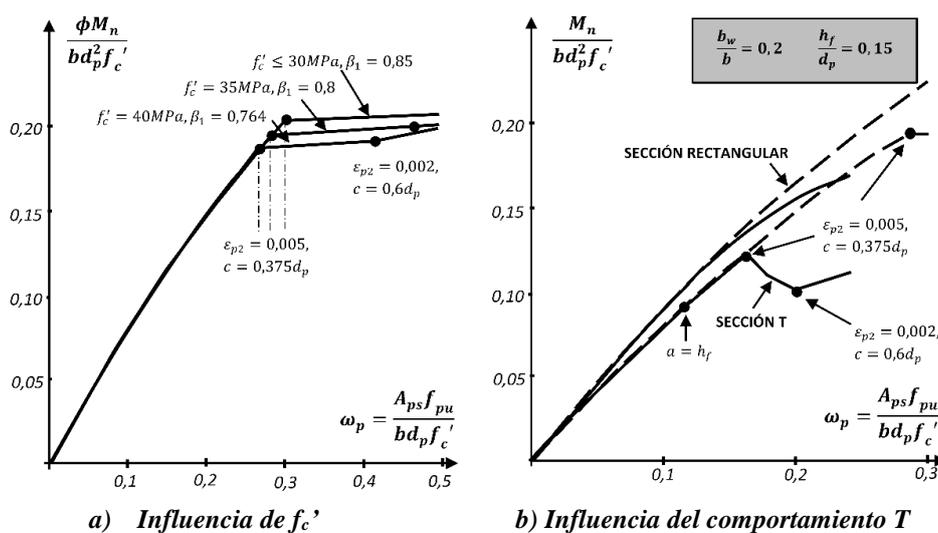
*Figura 5. Variación de  $\phi$  para refuerzo pretensado en la zona de transición.*

El PCA (PCA 2013) dedica un análisis especial a la influencia del factor de reducción  $\phi$  en la capacidad resistente de la secciones de hormigón pretensado. Esta influencia se destaca en la figura 6, donde puede apreciarse que la curva de que refleja el momento



nominal de la sección es diferente en su comportamiento a la que se produce en secciones de hormigón armado en la que a partir del fallo balanceado la capacidad resistente se mantiene prácticamente constante. En el HP como el acero pretensado no tiene escalón de fluencia el crecimiento de la capacidad portante se produce hasta cuantías altas del refuerzo. Ante esta situación el coeficiente es  $\phi$  determinante. En la figura 6a se ejemplifica esta situación para diferentes resistencias del hormigón y la 6b expone una comparación entre secciones con comportamiento rectangular y T. En el primer caso se aprecia cómo la frontera en el comportamiento de la resistencia de la sección se produce para  $\varepsilon_{p2} = 0,005$  y  $c = 0,375d_p$ , a partir de cuando  $\phi < 0.9$ . Se destaca en estas curvas el rol que desempeña la resistencia del hormigón, con la variación de  $\beta_1$ .

En la figura 6b se demuestra cómo esta influencia se acrecienta en secciones T. Al comparar las curvas de los momentos nominales se nota como se produce una reducción y sobre todo que la sección tiene un límite de cuantía a partir del cual el refuerzo deja de estar traccionado. Sin embargo cuando se evalúan las curvas de resistencias últimas donde se introduce el factor  $\phi$  las diferencias son notables, ya que al reducirse el ancho de la sección la profundidad del bloque comprimido del hormigón aumenta rápidamente con el incremento de la cuantía del acero. La frontera de la tracción controlada se alcanza a una cuantía mucho menor y también la de la compresión controlada. Esta es una situación a atender muy cuidadosamente pues en HP predominan las secciones de forma T y muchas de ellas alcanzan en el agotamiento valores de  $a > h_f$ .



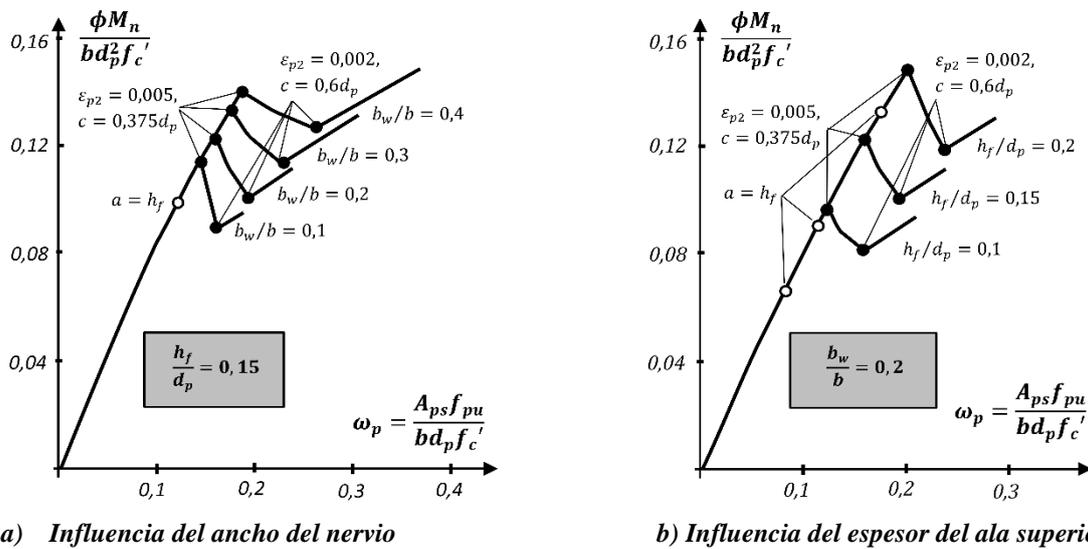
**Figura 6. Influencia de  $\phi$  en la capacidad resistente de la sección.**

El Código ACI 318 (ACI 318-19 2019) en sus últimas ediciones no especifica un límite absoluto para la **cuantía máxima** de los elementos pretensados y deja en manos del



proyectista esta importante decisión, cuya trascendencia tiene repercusiones en el funcionamiento de la sección, en la economía y racionalidad de la obra.

Al evaluar el comportamiento de secciones de hormigón pretensado en la zona de transición y controladas por la compresión donde se reduce el factor  $\phi$ , el PCA (PCA 2013) concluye que pese a que en las normativas actuales “no se especifica un límite absoluto para el índice de armadura de los elementos pretensados... siempre será ventajoso diseñar la región controlada por tracción en las secciones críticas, ya que las ventajas que representa ganar mayor resistencia de diseño en la región de transición son escasas o nulas”. A dicha conclusión se arriba al observar las curvas de la figura 6a, que son una réplica en términos de  $(\omega_p, \phi M_n / b d_p^2 f_c')$  a los evaluadas por el PCA para  $(\rho_p, \phi M_n / b d_p^2)$ . Más contundente es esta recomendación para secciones T, como se observa en la figura 6b. Reafirmando lo anterior se desarrolla un análisis comparativo más amplio que se muestra en la figura 7, en el que se muestra como se produce una caída significativa de la capacidad portante cuando  $\phi < 0.9$ .



**Figura 7. Comportamiento de secciones T.**

Para las relaciones más comunes de  $h_f/d_p$  en secciones T se aprecia como resulta ventajoso su incremento siempre que la sección esté en tracción controlada. Sin embargo el papel del ancho del nervio se hace más influyente en las secciones en la zona de transición o controladas por compresión pues permite utilizar cuantías más altas.

En resumen es recomendable alcanzar diseños en los que la sección trabaje en tracción controlada, pues de esta forma no solo se garantiza mayor ductilidad, sino también



diseños por lo general más económicos, lo que debe buscarse con secciones pretensadas con grandes alas superiores y grandes excentricidades del tendón resultante.

## ENFOQUE DE LA AASHTO (AASHTO 2017) (NAAMAN 2004)

La AASHTO establece algunas diferencias en los procedimientos para determinar la resistencia nominal a la flexión de secciones pretensadas, diferencias que se concentran en la forma de obtener esfuerzo del refuerzo pretensado y en las ecuaciones de equilibrio para secciones T.

El método para determinar la tensión en refuerzo pretensado en el caso de *tendones adheridos* se puede obtener por la expresión:

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - k \frac{c}{d_p} \right)$$

Donde el coeficiente  $k$  dependerá del tipo de acero pretensado y viene dado por:

$$k = 2 \left( 1,04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right)$$

Para *tendones NO adheridos* la tensión el refuerzo pretensado se puede obtener por la expresión:

$$f_{ps} = f_{pe} + 6300 \left( \frac{d_p - c}{l_e} \right) \leq f_{py}$$

Donde  $l_e$  es la longitud efectiva del tendón, que se calcula por:  $l_e = \frac{2l_i}{2+N_s}$

Siendo:

$l_i$  longitud de tendón entre anclajes

$N_s$  número de articulaciones de apoyo cruzadas por el tendón entre anclajes o entre puntos de adherencia discretos: Para luces simples: 0, para el final de luces continuas: 1 y para el interior de luces continuas: 2

Para secciones rectangulares y tendones adherentes de la ecuación de fuerzas se obtiene la posición de la línea neutra por:

$$C_c + C_s = T_s + T_p \quad 0,85f'_c\beta_1cb + A_s'f_y = A_{ps}f_{ps} + A_sf_y$$

$$0,85f'_c\beta_1cb + A_s'f_y = A_{ps}f_{pu} \left( 1 - k \frac{c}{d_p} \right) + A_sf_y \quad c = \frac{A_{ps}f_{pu} + A_sf_y - A_s'f_y}{0,85f'_c\beta_1b + A_{ps}f_{pu} \frac{k}{d_p}}$$

En el caso de secciones con comportamiento T la AASHTO (AASHTO 2004) desarrolla un minucioso análisis del cálculo de la posición de la línea neutra reconociendo que el comportamiento T de una sección se presenta cuando  $c > h_f$  y no cuando  $a > h_f$  como



establece al ACI. Entonces se plantea que esta contradicción se resuelve si el coeficiente  $\beta_1$  se aplica a toda el área comprimida y no solo al nervio como se hace en el procedimiento recomendado por el ACI y los resultados obtenidos que este enfoque: “permite una transición suave entre el comportamiento de sección rectangular y de sección T, y calcular adecuadamente la profundidad del eje neutro en el estado último”. En la figura 8 se ofrece una comparación para secciones de hormigón armado que demuestra esta afirmación, donde se aprecia como empleando la opción del ACI se obtienen valores menores de profundidad de la línea neutra. Note como para las curvas con espesor del ala superior más grande en el tramo en que  $a \leq h_f$  pero ya  $c > h_f$ , no aplicar el coeficiente al bloque comprimido sobre esta provoca valores de  $c$ . Según la AASHTO (AASHTO 2004) esta distorsión en el cálculo de la posición de la línea neutra “afecta significativamente los requisitos que se basan en la relación  $c/d_e$ , tales como el límite de armadura máxima, la redistribución de momentos y los requisitos de ductilidad”, aunque por otra parte se reconoce que estos cambios en los procedimientos “no afectan significativamente el valor de la resistencia nominal a la flexión, ya que esta resistencia es controlada fundamentalmente por el acero”. Estas conclusiones condujeron a la eliminación de esta restricción en las ediciones más recientes del reglamento.

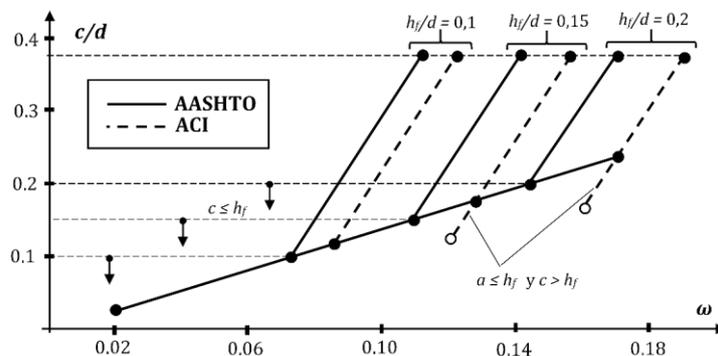


Figura 8: Secciones de hormigón armado con comportamiento T. ( $b_w/b = 0,2$ )

Para secciones de hormigón pretensado el problema se complica pues la AASHTO propone un procedimiento diferente para calcular la tensión en el acero pre-esforzado, que depende de la posición de la línea neutra. Este procedimiento responde mejor al comportamiento de secciones T que el empleado por el ACI como se aprecia en la figura 9 al compararlo con las tensiones obtenidas utilizando las ecuaciones de compatibilidad. Como la expresión del ACI se basa en el cálculo de la cuantía  $\omega_{pu}$  y esta se calcula considerando que la sección tiene comportamiento rectangular como:  $\omega_{pu} = \frac{A_p s f_{pu}}{b d_p f'_c}$ , su



valor es menor que el real y los valores de esfuerzo en el acero pretensado son superiores a los reales. Podría pensarse que el asunto se resuelve utilizando el espesor del nervio para estos cálculos, como propone Nawy (NAWY 2010), pero esta opción conduce a valores de  $f_{ps}$  y de profundidad del bloque comprimido muchos menores que los reales y a resultados incongruentes con el comportamiento estimado. En resumen estas comparaciones conducen a ratificar a las expresiones propuestas por la AASHTO como más pertinentes para tratar estos casos.

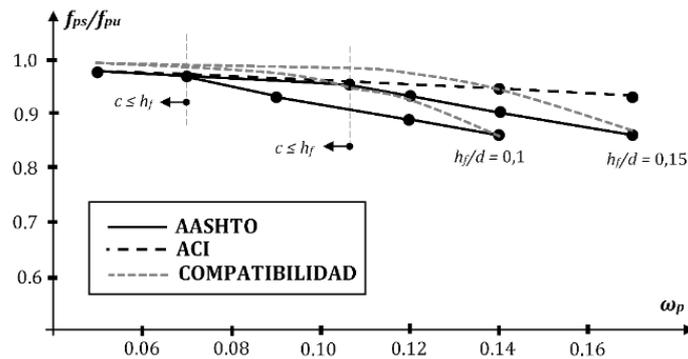
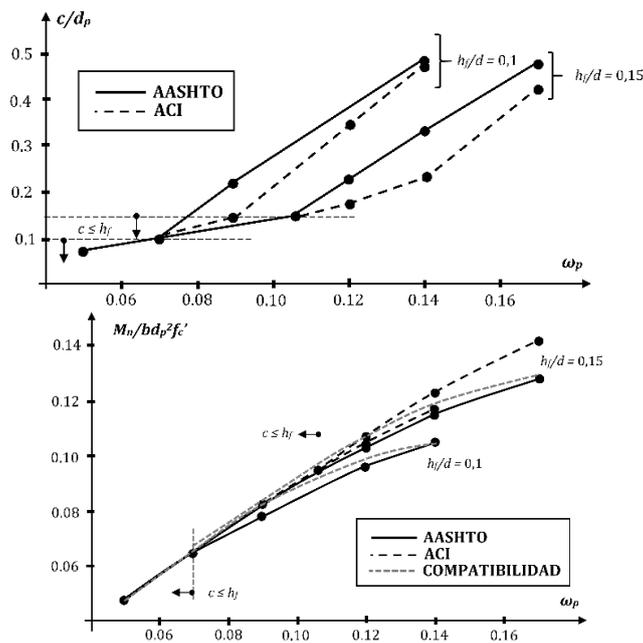


Figura 9: Comparación del esfuerzo del refuerzo pretensado en secciones con comportamiento T. ( $b_w/b = 0,2$ , Torones GRADO 270 de baja relación y  $\epsilon_{pe} = 0,005$ )

En la figura 10a se repite para secciones pretensadas la comparación desarrollada en la figura 8 para hormigón armado destacándose que se produce la misma subvaloración por la ACI de la posición de la línea neutra, sin embargo como los esfuerzos del acero pretensado son diferentes por ambos procedimientos no se manifiesta el mismo paralelismo que en el caso anterior. Las curvas mostradas en la figura 10b permiten resaltar como el procedimiento empleado si tiene impacto en la capacidad resistente de la sección pretensada, por lo que no resulta válida la afirmación que en este plano se realizó para el caso del hormigón armado. En la figura se destaca como el ACI provoca una sobreestimación del momento nominal de la sección, comparado con los resultados alcanzados cuando se desarrollan las ecuaciones de compatibilidad. Utilizando el procedimiento de la AASHTO se obtienen valores ligeramente menores, pero en un rango totalmente razonable.



a) Posición de la línea neutra b) Momento nominal

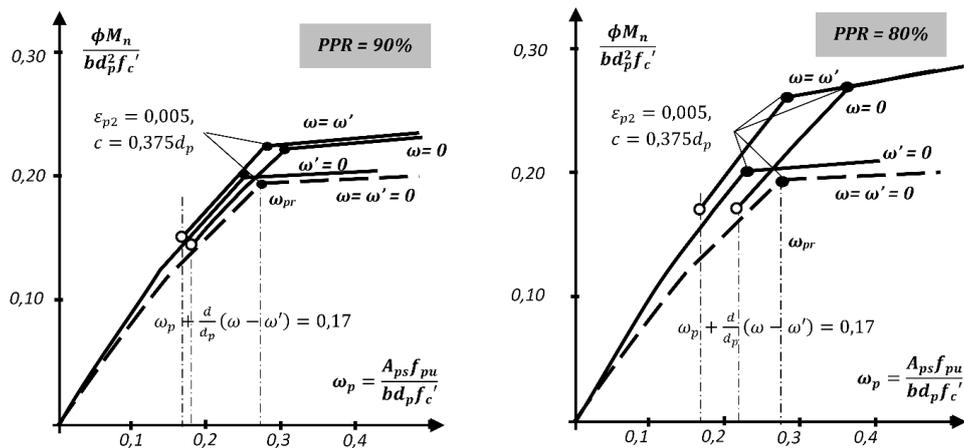
**Figura 10: Secciones de hormigón pretensado con comportamiento T.**  
**( $b_w/b = 0,2$ , Torones GRADO 270 de baja relación y  $\epsilon_{pe} = 0,005$ )**

### APORTE DEL REFUERZO ORDINARIO

Es común en secciones de hormigón pretensado diseñadas en clase U no tener en cuenta el aporte del refuerzo ordinario, colocado en muchas ocasiones solo con el propósito de contribuir a conformar el esqueleto para el imprescindible refuerzo transversal.

En vigas con pretensado total e incluso parcial la relación entre las áreas de acero pretensado y ordinario favorece a la primera, pero sobre todo la diferencia entre las resistencias máximas de estos que puede llegar a ser de más de 6 veces. Siguiendo el mismo enfoque de en los epígrafes anteriores para evaluar la influencia del factor de reducción de la capacidad portante en secciones pretensadas se construyen las curvas de la figura 11. En la comparación se utilizará el concepto de relación de pretensado parcial, *PPR*, sugerido por la AASHTO (AASHTO 2004) (NAAMAN 2004), siendo:  $PPR =$

$$PPR = \frac{A_{ps}f_{pu}}{A_{ps}f_{pu} + A_s f_y}$$



**Figura 11. Aporte del acero ordinario. Capacidad resistente de la sección.**

Como se aprecia el PPR indica que porcentaje relativo de refuerzo ordinario a tracción participa en la resistencia de la sección, para un PPR de 80% que puede considerarse con alta presencia de aceros ordinarios y otro de 90%. Esta relación se utiliza también para la variación del refuerzo comprimido como un recurso en el experimento.

Bajo estos criterios las cuantías a tracción y compresión de los aceros ordinarios se calculan como:

$$\omega = \frac{1-PPR}{PPR} \omega_p \qquad \omega' = \frac{1-PPR}{PPR} \omega_p$$

Cuando solo se utiliza refuerzo traccionado,  $\omega' = 0$ , la sección es menos dúctil y se alcanza la deformación límite del refuerzo para la tracción controlada a cuantías menores que cuando no se coloca ningún acero natural. Puede observarse como hay un incremento de la capacidad portante de la sección, sobre todo para secciones controladas por la tracción, cuando se pasa a la zona de transición este incremento es menos significativo.

Al colocar refuerzo natural comprimido y no en la zona traccionada,  $\omega = 0$ , se provoca una reducción de la profundidad del bloque comprimido y un efecto favorable sobre la ductilidad de la sección. Por tanto se amplía el margen de secciones en tracción controlada y se produce un incremento sustancial de la capacidad resistente para cuantías superiores al punto de inflexión para la curva con solo refuerzo pretensado, en la figura marcada como  $\omega_{pr}$ . En los gráficos se destaca la restricción establecida por el ACI 318 de que:

$$\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \geq 0,17$$

Restricción dirigida a prever que el refuerzo comprimido no alcance su resistencia de fluencia y entonces se sobrevalore su aporte. Para cuantías menores se tomó este como nulo, por lo que la resistencia de la sección estará regida por la curva sin refuerzo



ordinario, en líneas discontinuas en los gráficos. Como se nota cuando solo se emplea refuerzo ordinario comprimido la restricción no tiene un papel apreciable.

Finalmente se obtienen curvas donde se coloca la misma cantidad de refuerzo ordinario a tracción y compresión,  $\omega = \omega'$ , solución que resulta la más ventajosa. Aunque no se incrementa la ductilidad si la capacidad portante en todo el recorrido. Observe como se eleva sustancialmente el momento resistente en secciones controladas por tracción, por lo que puede combinarse esta característica con secciones con mayor ductilidad. En este tipo de sección es mucho más significativa la restricción establecida para controlar el aporte del refuerzo comprimido, como puede apreciarse en la figura 10, que ratifica su carácter conservador y reclama otros análisis de más profundidad. Puede estudiarse la recomendación de la AASHTO (AASHTO 2017) (NAAMAN 2004) de calcular la deformación de este acero y trabajar con la tensión actuante.

## CONCLUSIONES

Los resultados expuestos en el trabajo permiten concluir que:

- El comportamiento de secciones de HP en el agotamiento tiene particularidades que requieren un tratamiento diferenciando respecto al hormigón armado.
- La aplicación de la seguridad y del coeficiente  $\phi$  tiene una especial significación en secciones de HP y aunque no hay restricciones normativas sobre cuantías máximas se recomienda el diseño de secciones controladas por la tracción.
- Las consideraciones de la AASHTO sobre el empleo del coeficiente  $\beta_1$  en el ala superior de secciones T confirma su validez para el caso del pretensado. Las consideraciones del ACI y de las últimas versiones de la AASHTO de eliminarlo es una simplificación que no es correcta para cuantías altas.

## BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

1. American Concrete Institute. Requisitos del Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-19) y Comentario. Detroit, Michigan. 2019
2. AASHTO LRFD Bridge. Design Specifications. 7ma Edición. 2017. Washington. EEUU



**Convención Científica Internacional 2021**  
**Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas**  
**Comportamiento de Secciones Pretensadas en el agotamiento**

3. Calavera, José. "Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón". Tomos I y II. INTEMAC, S.A. España. 1999.
4. Lin, T.Y. "Diseño de Estructuras de Concreto Preesforzado". México: Editorial Continental, S.A. de C.V. 1984.
5. Lin, T.Y., N. Burns "Desing of Prestessed Concrete Structures". Editorial Wiley and Song. 3era edición. 1981.
6. Naaman, A. E. 2004. "Prestressed Concrete Analysis and Design: Fundamentals" 2da edición. Techno Press 3000. Michigan. EEUU.
7. Nawy E. "Prestessed Concrete. A fundamental approach". Prentice Hall. 5ta edición 2010.
8. N.C. 207: 2019. Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón. 2019
9. Nilson, H. A., Darwin, Dolan. "Desing of Concrete Structures". 13ma edición. Ed. McGraw Hill, 2004
10. Poggio, M.; Valdés, E.; Vázquez, J. "Hormigón Pretensado". Dpto. de Textos y Materiales Didácticos. MES. ISPJAE. 1983.
11. Park, R. y T, Paulay. (1979) Estructuras de Concreto Reforzado. México: Ed. Limusa, 1979.
12. Portland Cement Association. Notes to ACI 318 11 (2013) Requisitos para Hormigón Estructural. PCA 2013.
13. PCI "Desing Handbook. Precast and Prestessed Concrete. 6ta edición. 2004.
14. Valdés, E y Hernández Caneiro. J.A. "Comportamiento de elementos estructurales de hormigón". Monografía Curso de Postgrado. ISPJAE. 1998.